

## Tentamen

### 726G35 Diskret matematik och logik, 7,5 hp

2024-01-12, kl. 14-19

På varje uppgift ges 3 poäng. För betyg godkänt (G) krävs sammanlagt, inklusive ev. bonus, minst 9 poäng, för betyg väl godkänd (VG) krävs motsvarande minst 15p. Lösningarna skall vara **fullständiga** med samtliga steg redovisade och motiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar.

**Tillåtna hjälpmedel:** Bifogat formelblad i logik. (Räknare ej tillåten.)

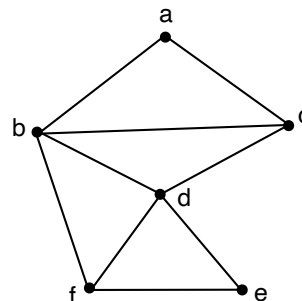
Lösningar läggs ut på kurswebbsidan efter skrivtidens slut.

---

1. Tre företag  $F_1$ ,  $F_2$  och  $F_3$  inom samma koncern samkör sina kundregister och finner då att flera personer är kund hos mer än ett av företagen. De ber dig reda ut några frågor. Koncernen har vid detta tillfälle totalt 6300 olika kunder.  $F_1$  har 2350 kunder,  $F_2$  har 2700 kunder och  $F_3$  har 2900 kunder. 600 personer är kunder både hos  $F_1$  och  $F_2$ , 850 både hos  $F_1$  och  $F_3$ , 800 både hos  $F_2$  och  $F_3$  och 300 personer är kund hos alla tre. Använd ett venndiagram och besvara följande frågor:

- Hur många personer är bara kund hos  $F_1$ ?
- Hur många personer är kunder hos mer än ett av dessa tre företag?
- Hur många personer är kund hos koncernen, men inte hos någon av dessa tre företag?

2. a) Finns det någon hamiltoncykel i grafen intill? Ange en i så fall eller motivera varför sådan inte finns.



- b) Finns det någon sluten respektive öppen eulerväg i grafen? Motivera tydligt för vardera vägtyp om det finns en sådan eller inte. Om vägtypen finns så ska du också ange ett exempel.

- c) Rita något spännande träd för denna graf och ange antalet löv i det träd du ritat.

3. Betrakta de båda satslogiska uttrycken  $S_1 : p \wedge (q \vee r)$  och  $S_2 : (p \wedge q) \vee r$ . Avgör om  $S_1$  och  $S_2$  är logiskt ekvivalenta, samt om något av uttrycken logiskt implicerar det andra.

4. a) I en studentgrupp med 12 personer ska tre väljas ut för att ordna en vårutflykt. Cecilia och Moa, som är två av de 12, har som krav att om en av dem väljs ska båda vara med och arrangera vårutflykten. På hur många olika sätt kan då gruppen om tre personer väljas med hänsyn till detta villkor?



- b) Bland samma 12 personer ska istället en styrelse med ordförande, kassör och sekreterare väljas ut. Cecilia väljer då helt att avstå från att väljas, men om Moa väljs så ska hon vara ordförande. På hur många sätt kan denna styrelse då sättas samman?

5. Formulera följande slutledning som ett satslogiskt uttryck med satsparametrar och konnektiv och avgör sedan med hjälp av någon metod i kursen om slutledningen är korrekt.

”Om det snöar så är bussen sen. Om jag fikar i Baljan så missar jag bussen. Det snöar. Om bussen är sen missar jag den inte. Alltså fikar jag inte i Baljan.”

6. Låt  $G$  vara en sammanhängande graf utan cykler som innehåller en nod av grad 8, 2 noder av grad 3, 22 löv samt ett visst antal noder av grad 4. Bestäm utifrån givna definitioner och satser hur många noder av grad 4 som grafen måste innehålla. (Eventuell grafisk lösning ger ej poäng.)

7. Låt  $A = \{a, b, c, d\}$ .

- a) Ange en relation  $\mathcal{R}$  på  $A$  som uppfyller samtliga fyra egenskaperna reflexiv, symmetrisk, antisymmetrisk och transitiv. Rita dessutom dess relationsgraf och ange dess relationsmatris.
- b) Avgör om det finns en relation på  $A$  som är symmetrisk och transitiv, men inte reflexiv. Ge ett exempel och motivera egenskaperna eller motivera varför en sådan relation inte finns.