

Tentamen
726G35 Diskret matematik och logik, 7,5 hp
2024-03-13, kl. 14-19

På varje uppgift ges 3 poäng. För betyg godkänt (G) krävs sammanlagt, inklusive ev. bonus, minst 9 poäng, för betyg väl godkänd (VG) krävs motsvarande minst 15p. Lösningarna skall vara **fullständiga** med samtliga steg redovisade och motiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar.

Tillåtna hjälpmedel: Bifogat formelblad i logik. (Räknare ej tillåten.)

Lösningar läggs ut på kurswebbsidan efter skrivtidens slut.

1. Låt $A = \{1, 2, 3\}$.

- a) Motivera varför relationen $\mathcal{R} = \{(1, 1), (2, 1), (1, 2), (2, 2), (3, 3)\}$ är reflexiv på A , men ej antisymmetrisk.
- b) Ge ett exempel på en funktion på A och ange om den är surjektiv.
- c) Bestäm antalet relationer på A .

2. a) Vid deduktion använder vi bland annat den logiska implikationen Modus tollens:

$$(p \rightarrow q) \wedge \neg q \Rightarrow \neg p.$$

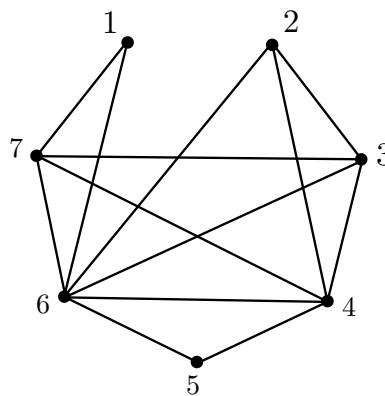
Visa att den gäller med sanningsvärdestabell eller med reduktionsmetoden.

b) Avgör med någon metod i kursen huruvida följande slutledning är korrekt eller ej.

$$(r \rightarrow s) \wedge (p \rightarrow \neg r) \wedge p \Rightarrow \neg s$$

3. a) Finns det någon sluten eulerväg i grafen G intill? Ge exempel på en sådan väg eller ange vilka bågar som minst behöver läggas till för att en sluten eulerväg ska existera och grafen fortfarande ska vara enkel.

- b) Låt nu kostnaden för varje båge i G vara produkten av noderna den förbinder. Till exempel är kostnaden för båge (6-3) därmed $6 \cdot 3 = 18$. Enheten är tusentals kronor. Ange den viktade grafen (graf med kostnader) och ta fram ett billigaste nätverk med hjälp av någon algoritm i kursen samt ange kostnaden för detta. Det ska tydligt framgå hur algoritmen används och hur du gör dina val i varje steg.



4. Bevisa följande mängdlikheter i det fall de gäller respektive ge ett konkret motexempel med högst 3 element i grundmängden i fall de inte gäller.

- a) $A \cap (B \cup C^c) = A \setminus (C \setminus B)$
- b) $(B^c \cap C) \setminus A^c = (C \cap A) \setminus B^c$

5. a) Du vill köpa 10 färgpennor och de finns i de fyra färgerna svart, blå, grön och röd. På hur många olika sätt kan du fördela antalet pennor på de fyra färgerna om du ska köpa 10 pennor?
- b) På hur många sätt kan detta göras om du vill ha minst en av varje färg och högst tre svarta?



6. Efter en bilolycka där en bil kört på en fotgängare (som klarade sig väl) går polisen igenom vad de vet om olyckan:
- Bilen lämnade bromsspår vid olyckan,
 - Om föraren var rattfull vid olyckan så försvann föraren från platsen omedelbart.
 - Om föraren inte var rattfull och föraren inte somnat så var olyckan avsiktlig.
 - Om det finns bromsspår så lämnade inte föraren platsen omedelbart.
 - Olyckan var inte avsiktlig.

Efter en stunds funderande säger en polis beslutsamt: "Alltså måste föraren ha somnat vid ratten".

Inför satsparametrar och skriv slutledningen som ett satslogiskt uttryck och avgör sedan med någon metod för slutledningar om polisens slutsats är korrekt eller ej.

7. Vi bildar alla möjliga bokstavsföljder med samtliga sex bokstäver K L R V Å Ö. Det finns 720 olika sådana bokstavsföljder. Vi skriver upp dessa följder i bokstavsordning. På vilken plats i ordningen kommer ordet VÅRLÖK ?