

## Tentamen 726G35 Diskret matematik och logik, 7,5 hp 2022-08-19, kl. 8-13

På varje uppgift ges 3 poäng. För betyg godkänt (G) krävs sammanlagt, inklusive ev. bonus, minst 9 poäng, för betyg väl godkänd (VG) krävs motsvarande minst 15p. Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar.

**Tillåtna hjälpmedel:** Bifogat formelblad i logik. (Räknare ej tillåten.)

Lösningar läggs ut på kurswebbsidan efter skrivtidens slut.

---

1. a) Låt  $B = \{1, 13\}$ . Vilka av påståendena nedan är då sanna respektive falska? Motivera.

i.  $\emptyset \subseteq B$                       ii.  $\{1\} \in B$                       iii.  $|B| = 14$

- b) Gäller följande mängdlikhet för alla mängder  $A$ ,  $B$  och  $C$ ? Bevisa likheten eller ge ett motexempel med högst 3 element i grundmängden.

$$(A \cap B) \setminus C^c = (C \cup A) \cap (B \setminus C)$$

2. a) Visa att  $r \rightarrow \neg s \Leftrightarrow \neg(s \wedge r)$ .

- b) Skriv följande utsaga på satslogisk form:

”Om solen skiner så badar vi i vattenspridaren. Om vi badar i vattenspridaren så torkar inte gräset. Slutsats: Om solen skiner så torkar inte gräset.”

- c) Avgör med någon metod för slutledning huruvida slutsatsen i b) är logiskt korrekt eller ej.

3. I en affär finns fotbollar i fyra olika färger.

- a) Du ska köpa var sin boll till tre barn i affären och du vill att de ska få olika färger på bollarna. På hur många sätt kan de tre barnen ges olika färgade bollar?

- b) Inför ett läger ska du köpa 7 bollar i samma affär. På hur många olika sätt kan du välja färg på de 7 bollarna bland de fyra färgerna?

4. a) Låt  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ . Är någon av följande relationer en funktion på  $A$  (från  $A$  till  $A$ )? Motivera varför eller varför inte.

i.  $\{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 4)\}$

ii.  $\{(3, 1), (1, 3), (2, 4)\}$

- b) Låt  $\mathcal{R} = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 3), (4, 4)\}$  vara en relation på  $A$ . Är denna relation reflexiv respektive antisymmetrisk? Motivera för respektive egenskap.

5. En enkel oriktad graf  $G$  har nodmängden  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  och grannmatrisen som visas intill. Varje båge mellan två noder har en kostnad som är summan av de noder den förbinder. T ex har bågen  $\{3, 5\}$  kostnaden  $3+5=8$ . Rita grafen samt bestäm ett minimalt spännande träd utifrån någon algoritm i kursen samt ange dess kostnad. Motivera varje steg utifrån vald algoritm.

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	0	1	0	1	1	1
2	0	0	0	1	1	0	1
3	1	0	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	1	1	1
5	1	1	1	1	0	0	1
6	1	0	1	1	0	0	1
7	1	1	0	1	1	1	0

6. Med bokstäverna i ordet DISKRETARE bildar man olika bokstavsföljder med fyra bokstäver. Bestäm hur många olika sådana bokstavsföljder man kan bilda.



7.  $Z$  är mängden av alla heltal och  $\mathcal{P}(Z)$  är mängden av alla delmängder till  $Z$ . Vi inför relationen  $ARB$  om  $A \subseteq B$  på  $\mathcal{P}(Z)$ , där  $A$  och  $B$  är godtyckliga element i  $\mathcal{P}(Z)$ . Visa att relationen  $\mathcal{R}$  är en partialordning.