

Tentamen

726G35 Diskret matematik och logik, 7,5 hp

2023-01-15, kl. 8-13

På varje uppgift ges 3 poäng. För betyg godkänt (G) krävs sammanlagt, inklusive ev. bonus, minst 9 poäng, för betyg väl godkänd (VG) krävs motsvarande minst 15p. Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar.

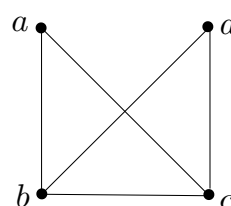
Tillåtna hjälpmedel: Bifogat formelblad i logik. (Räknare ej tillåten.)

Lösningar läggs ut på kurswebbsidan efter skrivtidens slut.

1. Ett försäkringsbolag uppger att bland 720 försäkrade kunder har 420 hemförsäkring, 340 olycksfallsförsäkring och 280 bilförsäkring. 210 har både olycksfall och hem, 160 både bil och hem, och 140 både bil och olycksfall. 110 har alla tre försäkringstyperna. Hur många av dessa 720 kunder har endast olycksfallsförsäkring hos försäkringsbolaget? Hur många av dessa kunder har ingen av de tre försäkringstyperna?
(Att 420 har hemförsäkring ska inte uppfattas som att de inte också kan ha ytterligare försäkringstyper. Det samma gäller övriga uppgifter.)

2. Figuren intill visar grafen G .

- a) Ange en hamiltoncykel i grafen eller motivera varför sådan inte finns.
- b) Finns det någon öppen respektive sluten eulerväg i grafen? Motivera tydligt för vardera sort och ge exempel i de fall de existerar.
- c) Är komplementgraf till G sammanhängande?



3. a) Är $\neg(p \wedge q) \vee r$ logiskt ekvivalent med $\neg p \vee (q \rightarrow r)$?
- b) Avgör med någon metod i kursen huruvida följande slutledning är korrekt.
 $\neg s \wedge (p \rightarrow s) \wedge (p \rightarrow q) \Rightarrow \neg q$

4. a) Från kören Linnea ska man bland 9 deltagare välja ut ett luciatåg bestående av en lucia och fyra tärnor. På hur många olika sätt kan luciatåget sättas ihop med de 9 personerna? (Om två tärnor byter plats i tåget så betraktar vi inte det som ett nytt luciatåg.)
- b) Tuva och Stina är två av de 9 deltagarna. Tuva har sagt att om Stina blir lucia vill Tuva inte vara med i luciatåget. På hur många sätt kan luciatåget då utses med hänsyn till detta villkor?



5. Låt $A = \{a, b, c, d\}$ och $B = \{1, 2, 3\}$.
- Ge ett exempel på en relation på A som är reflexiv, symmetrisk, men inte transitiv. Ange dess relationsgraf samt motivera varför den är reflexiv, symmetrisk, men inte transitiv.
 - Finns det någon funktion från A till B som är surjektiv? Ange en sådan och tala om vad som gör den surjektiv eller motivera varför sådan inte finns.
 - Låt $C = \{p, r, s, t\}$. Bestäm antalet injektiva funktioner från A till C .

6. Inför lämpliga satsparametrar och formulera följande slutledning som ett satslogiskt uttryck. Avgör sedan med någon metod i kursen huruvida slutledningen är korrekt eller ej.

*Om tomten kommer så får jag paket. Det är julafton.
Om jag inte varit snäll så kommer inte tomten. Om det är julafton och jag varit snäll så kommer tomten.
Jag har varit snäll. Alltså får jag paket.*



7. Hur många bågar (uttryckt i n) behöver man ta bort från den fullständiga grafen K_n för att få ett spännande träd? Eventuella delresultat och svar ska förklaras och motiveras.