

Formelblad i logik

Logiska ekvivalenser

Sats 15.2.8. Några användbara logiska lagar.

Låt p, q och r beteckna godtyckliga utsagor. Då gäller följande logiska ekvivalenser:

- | | |
|------------------------------|--|
| (1) Lagen om dubbel negation | $\neg\neg p \Leftrightarrow p$ |
| (2) De Morgans lagar | $\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg q$ $\neg(p \vee q) \Leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$ |
| (3) Kommutativa lagar | $p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$ $p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$ |
| (4) Associativa lagar | $p \wedge (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \wedge r$ $p \vee (q \vee r) \Leftrightarrow (p \vee q) \vee r$ |
| (5) Distributiva lagar | $p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ $p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ |
| (6) Idempotens | $p \wedge p \Leftrightarrow p$ $p \vee p \Leftrightarrow p$ |
| (7) Identitetslagar | $p \wedge T_0 \Leftrightarrow p$ $p \vee F_0 \Leftrightarrow p$ |
| (8) Dominationslagar | $p \wedge F_0 \Leftrightarrow F_0$ $p \vee T_0 \Leftrightarrow T_0$ |
| (9) Inversa lagar | $p \wedge \neg p \Leftrightarrow F_0$ $p \vee \neg p \Leftrightarrow T_0$ |
| (10) Absorbtionslagar | $p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p$ $p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p$ |
| (11) Implikationslagen | $p \rightarrow q \Leftrightarrow \neg p \vee q$ |
| (12) Kontrapositiva lagen | $p \rightarrow q \Leftrightarrow \neg q \rightarrow \neg p$ |
| (13) Ekvivalenslagen | $p \leftrightarrow q \Leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ |

Logiska implikationer

| Namn | Slutledning | Tabellform |
|-------------------------|--|---|
| Modus ponens | $(p \rightarrow q) \wedge p \Rightarrow q$ | $\frac{p \rightarrow q \quad p}{\therefore q}$ |
| Modus tollens | $(p \rightarrow q) \wedge \neg q \Rightarrow \neg p$ | $\frac{p \rightarrow q \quad \neg q}{\therefore \neg p}$ |
| Syllogismregeln | $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \Rightarrow p \rightarrow r$ | $\frac{p \rightarrow q \quad q \rightarrow r}{\therefore p \rightarrow r}$ |
| Disjunktiv syllogism | $(p \vee q) \wedge \neg q \Rightarrow p$ | $\frac{p \vee q \quad \neg q}{\therefore p}$ |
| Konjunktiv förenkling | $p \wedge q \Rightarrow p$ | $\frac{p \wedge q}{\therefore p}$ |
| Disjunktiv förstärkning | $p \Rightarrow p \vee q$ | $\frac{p}{\therefore p \vee q}$ |
| Ellereliminering | $(s \vee r) \wedge (s \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow q) \Rightarrow q$ | $\frac{s \vee r \quad s \rightarrow q \quad r \rightarrow q}{\therefore q}$ |
| Konjunktionsregeln | | $\frac{p \quad q}{\therefore p \wedge q}$ |