

Matematisk analys del1

Dugga 1

2022-09-15, kl 8.00-11.00

Penna, suddgummi, passare, linjal och gradskiva får användas. Ett formelblad bifogas skrivningen. Inga övriga hjälpmedel är tillåtna.

Skriv klart och tydligt och med så utförliga motiveringar att din tankegång är lätt att följa, steg för steg. Lösningarna skall vara avslutade med ett svar (svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt efter ordet "svar").

En lösning som innehåller något allvarligt fel i mer elementär matematik (som inte är uppenbart slarv) ger inte någon poäng alls.

För godkänt krävs minst 6 poäng.

1.

a. Bestäm definitionsmängden för funktionen $f(x) = \ln\left(\frac{1-x}{x-2}\right)$. (1p)

b. Lös ekvationen $8^x - 2^{2x+1} - 2^x + 2 = 0$. (1p)

c. Bestäm den inversa funktionen till $f(x) = \frac{e^{3x}}{2}$. (1p)

2.

a. Lös ekvationen $\ln(x+1) + \ln(x-1) = \ln(5-x)$. (1p)

b. Lös ekvationen $\sqrt{x^2 - 4x} = \sqrt{x-6}$. (1p)

c. Lös ekvationen $\sin\left(3x - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2}$. (1p)

3.

a. Lös olikheten $\cos(4x) < \frac{1}{2}$. (1p)

b. Bestäm alla lösningar till ekvationen $\sin^2 x + 2 \cos x + 2 = 0$. (2p)

4.

a. Bestäm alla lösningar, reella såväl som komplexa, till ekvationen $z^4 - z^3 + z - 1 = 0$. Svara på formen $a + bi$. (2p)

b. Räkna ut $z = \frac{(\sqrt{3} + i)^2 \cdot (1 + i)}{1 - i}$. Svara på formen $a + bi$. (1p)

Lycka till!

