Linköpings universitet
Matematiska institutionen
Malgorzata Wesolowska

Utbildningskod: 764G07
Modul: TEN1

Matematisk analys del1
Tentamen
2023-08-14, kl 8.00-13.00

Penna, suddgummi, passare, linjal och gradskiva får användas. Ett formelblad bifogas skrivningen.
Inga övriga hjälpmedel är tillåtna.

Varje uppgift kan ge högst 3 poäng. Uppgift räknas som godkänd om den bedömts med minst 2 poäng.
För betyg G räcker 8 poäng. För betyg VG krävs minst 15 poäng och minst 5 godkända uppgifter.

Godkänd dugga1 och dugga2 ger vardera 1p. Observera att bonus enbart gäller för betyget G. Skriv på omslaget hur många bonuspoäng (B=0, B=1 eller B=2) du har.

Skriv klart och tydligt och med så utförliga motiveringar att din tankegång är lätt att följa, steg för steg.
Lösningarna skall vara avslutade med ett svar (svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt efter ordet ”svar”).
En lösning som innehåller något allvarligt fel i mer elementär matematik (som inte är uppenbart slarv) ger inte någon poäng alls.

---

1. a) Finn alla komplexa tal z sådana att $\bar{z}+(1+i)z=2+\frac{i}{2}$. (1p)

   b) Skriv $z=\frac{(2+2i)(1+i\sqrt{3})}{3i(\sqrt{12}-2i)}$ på polär form. (2p)

2. Hur många reella lösningar har ekvationen $3x^4+6x^2=8x^3+2$?

3. Beräkna följande gränsvärden

   a) $\lim_{x\to 3}\frac{x^3-x^2-5x-3}{x^2-x-6}$ b) $\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+2x}-\sqrt{x^2-3x}\right)$ c) $\lim_{x\to 0}\frac{4x}{3\sin(2x)}$

4. Lös följande ekvationer

   a) $-2\cos^2 x+\sin x+1=0$

   b) $\sin(2x)=|\cos x|\,,\ 0\le x\le 2\pi$

   c) $\cos(2x)-\sin(2x)=1\,,\ 0\le x\le \pi$

5. Rita funktionskurvan samt ange alla lokala extrempunkter till $f(x)=\ln x+\arctan(1-x),\ x>0$.

6. Bestäm den största möjliga arean av en rätvinklig triangel med omkrets 2 längdenheter.

7. Visa att $f(x)=(\ln x)^x$, $x>1$ har en deriverbar invers f^{-1}.

   Ange även f^{-1}:s definitionsmängd samt beräkna $\left(f^{-1}\right)'(1)$.

Lycka till!