Linköpings universitet
Matematiska institutionen
Irina Asekritova

Matematisk analys del 1, 764G07. Provkod KTR1
Dugga 1
2021-09-16 kl 8.00 - 11.00

Penna, radergummi, linjal, passare och gradskiva får användas. Ett formelblad bifogas tentan. Inga övriga hjälpmedel är tillåtna.
Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska ges på så enkel form som möjligt.
För godkänt krävs minst 6 poäng.

1. (a) Lös ekvationen $\ln x + \ln(x-2) = 3\ln 2.$ (1p)

   (b) För vilka x gäller olikheten $\dfrac{x^2+2x+5}{x+3} \leq 2.$ (2p)

2. (a) Lös ekvationen $2^{3x+1} - 4\cdot 2^{2x-2} - 8\cdot 2^{x-3} = 0.$ (1p)

   (b) Undersök om den reella funktionen $f(x) = \dfrac{x-1}{x-3}$, $x > 3$, har en invers funktion f^{-1} och bestäm den i så fall. Bestäm också $D_{f^{-1}}$ och $V_{f^{-1}}$ om f^{-1} existerar. (2p)

3. (a) Lös ekvationen $|4x-2| - 2|x+1| = 1.$ (1p)

   (b) Lös ekvationen $2\cos^2 x + 5\sin x - 4 = 0.$ (1p)

   (c) Bestäm alla $x \in [0, 2\pi]$ som uppfyller olikheten

   $$\cos(2x + \frac{\pi}{3}) < \frac{1}{2}.$$

   (Rita enhetscirkeln.) (1p)

4. (a) Räkna ut $z = \dfrac{(1+i)^2(\sqrt{3}+i)}{(1-i\sqrt{3})^3}$. Svara på formen $a+ib$. (1p)

   (b) Bestäm alla lösningar, reella såväl som komplexa, till ekvationen (2p)

   $$z^4 - 2z^3 - 8z + 16 = 0.$$

Lycka till !

Linköpings universitet
Matematiska institutionen

Trigonometriska formler

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$\sin(-x) = -\sin x$$

$$\cos(-x) = \cos x$$

$$\cos(\pi \pm x) = -\cos x$$

$$\sin(\pi - x) = \sin x$$

$$\tan(\pi + x) = \tan x$$

$$\tan(\pi - x) = -\tan x$$

$$\sin(\frac{\pi}{2} - x) = \cos x$$

$$\cos(\frac{\pi}{2} - x) = \sin x$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2\cos^2 x - 1 = 1 - 2\sin^2 x$$

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$$

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$$

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y$$

$$\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y$$

$$\tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}$$

$$\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$$

$$\sin x = \frac{2\tan\frac{x}{2}}{\tan^2\frac{x}{2} + 1}$$

$$\cos x = \frac{\tan^2\frac{x}{2} - 1}{\tan^2\frac{x}{2} + 1}$$