

**Matematisk analys, 764G07 Provkod KTR2.**

**Dugga 2.**

**2019-10-09 kl 14.00-17.00**

Ett formelblad bifogas duggan. Inga övriga hjälpmedel är tillåtna.  
För godkänt krävs minst 6 poäng.

1. (a) Lös ekvationen  $\cos(2x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ . (1p)  
(b) Lös ekvationen  $e^{3x} + 5e^{2x} - e^x - 5 = 0$ . (1p)  
(c) Lös ekvationen  $2\ln(2-x) = \ln(14-x)$ . (1p)
2. (a) Bestäm alla  $x \in [-\frac{\pi}{2}, \pi]$  som uppfyller olikheten  $\sin(x + \frac{\pi}{3}) > \frac{1}{2}$ . (1p)  
Beräkna följande gränsvärden  
(b)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 2x^2 - 2x - 1}{x^2 - 1}$  (1p) (c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 4x} - x)$  (1p)
3. (a) Bestäm tangentens ekvation till kurvan  $y = \frac{2x+1}{x^2+1}$  i punkten  $(0, 1)$ . (1p)  
(b) Beräkna  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + \sin(4x)}{e^{2x} + \ln x}$  (1p)  
(c) Bestäm konstanten  $a$  så att funktionen 
$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(2x-2)}{e^{3x-3}-1}, & x < 1 \\ x + a, & x \geq 1 \end{cases}$$
 blir kontinuerlig i punkten  $x = 1$ . (1p)
4. (a) Derivera  $f(x) = e^{3x} + \sin(2x) - \sqrt{3x^2 + 1}$  (1p)  
(b) Derivera  $f(x) = e^{2x} \sin^2 x$  (1p)  
(c) Använd derivatans definition för att beräkna  $f'(x)$  då  $f(x) = 3x^2 - 5x + 1$ . (1p)

*Lycka till!*