

Matematisk analys, 764G07 Provkod KTR2.

Dugga 2.

2020-10-09 kl 14.00-17.00

Ett formelblad bifogas duggan. Inga övriga hjälpmedel är tillåtna.
För godkänt krävs minst 6 poäng.

1. (a) Bestäm alla reella tal x sådana att
 $\ln(4x^2 - 1) - \ln 3 \leq \ln \frac{4x+2}{3}$. (1p)
- (b) Lös ekvationen $4^{3x} - 5 \cdot 2^{4x} + 4^{x+1} = 0$. (1p)
- (c) Bestäm alla $x \in [0, 2\pi]$ som uppfyller olikheten
 $\sin(2x - \frac{\pi}{4}) < -\frac{\sqrt{2}}{2}$. (1p)
2. Beräkna följande gränsvärden
 - (a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x^2 + x - 2}$, (1p)
 - (b) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 4x + 1} - \sqrt{x^2 - x})$, (1p)
 - (c) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{e^{3x+3} - 1}{\sin(2x+2)}$. (1p)
3. Räkna ut $f'(x)$ med hjälp av deriveringsregler då
 - (a) $f(x) = e^{3x} \sin(2x)$ (1p)
 - (b) $f(x) = \frac{\cos^2(3x)}{(x+1)^2}$ (1p)
 - (c) Använd definitionen av derivata för att räkna ut $f'(x)$ då
 $f(x) = 3x - x^2$. (1p)
4. (a) Hur ska konstanten a väljas för att funktionen
$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 + x^2}{\ln(1+4x^2)}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$$
 ska bli kontinuerlig? (1p)
- (b) Visa att ekvationen $2x^3 - 3x^2 - 36x = 5$ har exakt en reell rot som ligger i intervallet $[-1, 1]$. (2p)

Lycka till!