

Matematisk analys, 764G07/KTR2.
Dugga 2.
2021-10-08 kl 14.00-17.00

Penna, radergummi, linjal, passare och gradskiva får användas. Ett formelblad bifogas tentan. Inga övriga hjälpmedel är tillåtna.

Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska ges på så enkel form som möjligt.

För godkänt krävs minst 6 poäng.

1. (a) Lös ekvationen $2^{3x} - 4 \cdot 4^{x-1} - 5 \cdot 2^{x+1} = 8$. (1p)
- (b) Lös olikheten $\sin(3x + \frac{\pi}{3}) > \frac{1}{2}$. (1p)
- (c) Lös ekvationen $2 \ln(5 - x) - \ln(x + 1) = 0$. (1p)

2. Beräkna följande gränsvärden
- (a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x)}{x+x^3}$ (1p)
- (b) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x + x^2} - x)$ (1p)
- (c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x - \ln(2^x + 5)}{x + \cos x}$. (1p)

3. (a) Bestäm konstanten a så att $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+x-2}{x^2-1}, & x > 1 \\ 2x + a, & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$ blir kontinuerlig. (1p)
- (b) Visa att funktionen $f(x) = 2x^2 - \sqrt{2-x}$ har exakt ett nollställe i intervallet $[0, 1]$. (2p)

4. (a) Använd deriveringsregler för att räkna ut derivatan av $f(x) = \ln(1+x) + \frac{x^2}{1+x} + 2e^{3x}$. (1p)
- (b) Använd definitionen av derivata för att räkna ut $f'(x)$ då $f(x) = \sqrt{2x-1}$. (1p)
- (c) Beräkna $(f^{-1})'(10)$ då $f(x) = x^3 + x$. (1p)

Lycka till!