

Tentamen i Matematisk analys del 1. 764G07/TEN1, 2019-10-25, kl 8-13.

Ett formelblad bifogas tentan. Inga övriga hjälpmedel är tillåtna.

Uppgifterna bedöms med 0 – 3 poäng.

För betyget G krävs minst 8 poäng. För betyg VG krävs minst 15 poäng dessutom *minst* 5 st godkända uppgifter (en godkänd uppgift har bedömts med minst 2 p).

Godkänd dugga 1 och dugga 2 ger vardera 1 p. Observera att bonus enbart gäller för betyget G. Skriv på omslaget hur många bonuspoäng (B=0, B=1 eller B=2) du har.

1. Lös ekvationerna

a) $\sin(2x + \frac{\pi}{2}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ b) $2\sin^2 x - 5\cos x + 1 = 0$ c) $\ln x^3 + \ln \frac{2}{x} = \ln 2$

2.

a) Bestäm alla lösningar, reella såväl som komplexa, till ekvationen

$$z^3 - 3z^2 + 4z + 8 = 0 \quad (2p)$$

b) Bestäm ett argument för $z = \frac{(-1 + i\sqrt{3})(1 + i)}{2i(1 - i)}$ (1p)

3. Beräkna följande gränsvärden

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - x^2 - x - 2}{x^2 - x - 2}$ b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x+1} - \sqrt{x+1}}{\sqrt{x}}$ c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{2x-2} - 1}{\sin(x-1)}$

4. Bestäm största och minsta värde (om sådana finns) av $f(x) = e^{12x-x^3}$, $x \geq -3$.

5. Rita kurvan $y = \frac{e^x}{x+1}$ med eventuella asymptoter och lokala maximi- och minimipunkter.

Bestäm antalet olika reella rötter till ekvationen $\frac{e^x}{x+1} = k$ för alla olika reella värden på konstanten k .

6. Bestäm konstanterna a och b så att funktionen $f(x) = \begin{cases} 4x^2 + 2b, & x \geq 1 \\ ax^3 + bx, & x < 1 \end{cases}$ blir deriverbar för alla x .

7. Visa att funktionen $g(x) = xe^x$, $x \geq -1$, har en invers funktion. Låt f vara inversen till g .

Bestäm definitionsmängden D_f , värdemängden V_f samt beräkna $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{f(x)}$.

Lycka till!