

Tentamen i Matematisk analys del 1. 764G07/TEN1 2020-01-09, kl 8 – 13.

Ett formelblad bifogas tentan. Inga övriga hjälpmedel är tillåtna.

Uppgifterna bedöms med 0 – 3 poäng.

För betyget G krävs minst 8 poäng. För betyget VG krävs minst 15 poäng dessutom *minst* 5 st godkända uppgifter (en godkänd uppgift har bedömts med minst 2 p).

Godkänd dugga 1 och dugga 2 ger vardera 1 p. Observera att bonus enbart gäller för betyget 3. Skriv på omslaget hur många bonuspoäng ($B=0, B=1$ eller $B=2$) du har.

1) a) Bestäm absolutbelopp och argument för $(-1+i)^{12}$. (2p)

b) Lös ekvationen $3z - i\bar{z} = 5 - 7i$. (1p)

2) Rita grafen till funktionen $f(x) = \frac{x^2 - x + 4}{x - 1}$. Eventuella asymptoter och stationära punkter skall framgå ur figuren.

3) Låt $f(x) = \ln(x-1) - 3\ln(5-x) - 2x + 4$. Ange f 's definitionsmängd och bestäm antalet reella nollställen till f .

4) En rak cirkulär cylinder (konservburk) har volymen 2π . Vilken är den minsta möjliga area (inklusive lock och botten) som cylindern kan ha?

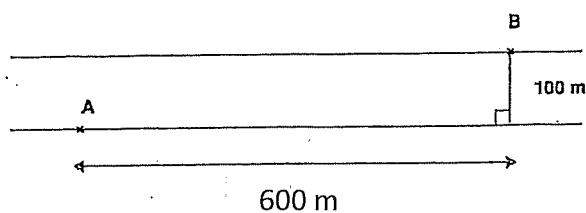
5) Bestäm följande gränsvärden

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 2x}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{\sin 3x}{x}}$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 3e^{-x}}{x + 5e^{-x}}$

6) En park ligger mellan två parallella vägar. Helena befinner sig i punkten A och ska gå till busshållplatsen vid punkten B på andra sidan parken. (Se avstånd i figuren). Längs vägen går hon snabbt med hastigheten 3 m/s, men inne i parken kan hon bara gå med hastigheten 2 m/s i det tjocka gräset. Hur skall hon gå för att få minsta möjliga gångtid till busshållplatsen?



7) Låt $f(x) = \frac{\cos x}{x}$, $0 < x < \frac{3\pi}{4}$.

Visa att f har en invers funktion samt beräkna $(f^{-1})'(0)$.