Linköpings universitet
Irina Asekritova, MAI

Tentamen i Matematisk analys del 1. 764G07/TEN1 2020-08-17, kl 8 – 13.

Ett formelblad bifogas tentan. Inga övriga hjälpmedel är tillåtna.
Uppgifterna bedöms med 0 – 3 poäng.
För betyget G krävs minst 8 poäng. För betyget VG krävs minst 15 poäng dessutom *minst* 5 st godkända uppgifter (en godkänd uppgift har bedömts med minst 2 p).
Godkänd dugga 1 och dugga 2 ger vardera 1 p. Observera att bonus enbart gäller för betyget 3. Skriv på omslaget hur många bonuspoäng (B=0, B=1 eller B=2) du har.

---

1) Rita grafen till funktionen $f(x) = (x^3 - 2)e^{3x}$. Ange lokala extrempunkter, största och minsta värde samt ev. asymptoter.

2)
   a. Lös ekvationen $\ln(x+2) + \ln(x-3) = \ln(x+9)$. (2p)

   b. Visa att man kan bestämma konstanten a så att polynomet
   $$p(x) = x^4 + ax + 4$$
   är delbart med $x^2 - 2x + 2$. Bestäm därefter alla nollställen till $p(x)$ för detta värde på a. (1p)

3) Avgör om följande gränsvärden existerar och bestäm i så fall deras värden

a) $\lim\limits_{x\to 1} \frac{x^2+x-2}{x^2-5x+4}$ b) $\lim\limits_{x\to\infty} (\ln\sqrt{4x^2+x} - \ln x)$ c) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\ln(1+2x)}{\sin 10x}$.

4) En låda utan lock, med kvadratisk bottenyta, ska ha begränsningsytan $27\ dm^2$. Bestäm lådans maximala volym.

5) Hur många rötter har ekvationen $2x + 3\ln x = 10\arctan x$ för $x > 0$?

6)
   a. Antag att $f(x) = \frac{\ln(1+x^2)}{x}$ för $x \neq 0$. Undersök om man kan definiera $f(0)$ så att f blir kontinuerlig i $x = 0$. (1p)
   b. Antag att $f(x) = x^2 \arctan\frac{1}{x} + 2x$ för $x \neq 0$ och att $f(0) = 0$. Undersök om $f'(0)$ existerar. (2p)

7) Genom en punkt (x, y) på kurvan $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$, $x > 0$ dras tangenten och normalen till kurvan. Dessa begränsar tillsammans med x-axeln en triangel med arean $A(x)$. Bestäm största och minsta värde av $A(x)$ (om dessa existerar).

Lycka till!