Linköpings universitet
Irina Asekritova, MAI

Tentamen i Matematisk analys, del 1. 764G07/TEN1, 2020-10-29, kl 8-13.

Ett formelblad bifogas tentan. Inga övriga hjälpmedel är tillåtna.
Uppgifterna bedöms med 0 – 3 poäng.
För betyget G krävs minst 8 poäng. För betyg VG krävs minst 15 poäng dessutom *minst 5* st godkända uppgifter (en godkänd uppgift har bedömts med minst 2 p).
Godkänd dugga 1 och dugga 2 ger vardera 1 p. Observera att bonus enbart gäller för betyget G. Skriv på omslaget hur många bonuspoäng (B=0, B=1 eller B=2) du har.

---

1. Lös ekvationerna

   a) $\cos(2x+\frac{\pi}{2}) = -\frac{1}{2}$ b) $\sin(2x+\frac{\pi}{4}) - \sin x = 0$ c) $3\ln x - \ln(x+3) = \ln\frac{x^2}{x-1}$.

2.
   a) Bestäm alla lösningar, reella såväl som komplexa, till ekvationen
   $z^4 + 3z^3 + 2z^2 - 2z - 4 = 0$ (2p)

   b) Räkna ut $z = \dfrac{(-1+i\sqrt{3})^5}{(\sqrt{3}+i)^4}$. Svara på formen $a+ib$. (1p)

3. Beräkna följande gränsvärden

   a) $\lim_{x\to -1} \dfrac{x^3+2x^2+2x+1}{x^2+4x+3}$ b) $\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+4x+1} - \sqrt{x^2-5x})$ c) $\lim_{x\to 1}\dfrac{\ln x}{\sin(2x-2)}$

4. Rita grafen till funktionen $f(x) = e^{3x-x^3}$. Eventuella asymptoter och stationära punkter ska framgå i figuren.

5. Visa att $f(x) = e^{2x} + x + 1$ har en deriverbar invers funktion f^{-1} och räkna ut $(f^{-1})'(2)$.

6. Hur många reella lösningar har ekvationen $\dfrac{x e^x}{(x+1)^2} = k$ för olika reella värden på konstanten k.

7. Bestäm $f''(0)$ då $f(x) = \begin{cases} 5x^2 + x^4\cos\frac{1}{x}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0. \end{cases}$

Lycka till!