

**Tentamen i Matematisk analys, del 1. 764G07/TEN1, 2021-01-07,
kl 8-13.**

Ett formelblad bifogas tentan. Inga övriga hjälpmedel är tillåtna.

Uppgifterna bedöms med 0 – 3 poäng.

För betyget G krävs minst 8 poäng. För betyg VG krävs minst 15 poäng dessutom *minst* 5 st godkända uppgifter (en godkänd uppgift har bedömts med minst 2 p).

Godkänd dugga 1 och dugga 2 ger vardera 1 p. Observera att bonus enbart gäller för betyget G. Skriv på omslaget hur många bonuspoäng (B=0, B=1 eller B=2) du har.

1) Rita grafen till funktionen $f(x) = \frac{x-1}{(2+x)^2}$. Eventuella asymptoter och extrempunkter skall framgå ur figuren.

2) Bestäm realdel, imaginärdel, belopp och alla argument till

$$z = \frac{(1+i)^6}{(\sqrt{3}+i)^3(1-i\sqrt{3})}$$

3)

a) Bestäm alla x i intervallet $[0, \frac{\pi}{2}]$ som uppfyller olikheten

$$\sin(3x) > \frac{1}{2}. \quad (2p)$$

b) Lös ekvationen $2 \ln(4 - x) = \ln(11 - 2x)$. (1p)

4) Beräkna följande gränsvärden:

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x^3 - 3x + 2}$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 3x + 2} - x)$

c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1 - \cos(2x-4)}{(x-2)\ln(3x-5)}$

5) Ekvationen $z^5 + 4z^3 + 8z^2 + 32 = 0$ har en rent imaginär rot. Lös ekvationen fullständigt.

6) En låda, som har formen av ett räblock med volymen 400 dm^3 , skall tillverkas. För lådans rektangulära botten gäller att dess längd skall vara dubbelt så stor som dess bredd. Materialkostnaden till botten är 7 kr/dm^2 , medan materialet till övriga delar (lock och sidoytor) kostar 5 kr/dm^2 . Bestäm lådans mått så att materialkostnaden minimeras.

7) För vilka värden på konstanten a har ekvationen $\frac{e^{-2x}}{x} = a$ exakt två olika reella lösningar?

Lycka till!