

Tentamen i Matematisk analys, del 1. 764G07/TEN1 , 2021-08-16, kl 8-13.

Penna, radergummi, linjal, passare och gradskiva får användas. Ett formelblad bifogas tentan. Inga övriga hjälpmedel är tillåtna. Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar.

Uppgifterna bedöms med 0 – 3 poäng. För betyget G krävs minst 8 poäng. För betyget VG krävs minst 15 poäng dessutom *minst* 5 st godkända uppgifter (en godkänd uppgift har bedömts med minst 2 p).

Godkänd dugga 1 och dugga 2 ger vardera 1 p. Observera att bonus enbart gäller för betyget G. Skriv på omslaget hur många bonuspoäng (B=0, B=1 eller B=2) du har.

1)

a) Bestäm definitionsmängden för funktionen $f(x) = \ln \frac{1-x}{x-2}$. (1p)

b) Lös ekvationen $8^x - 2^{2x+1} - 2^x + 2 = 0$. (1p)

c) Bestäm den inversa funktionen till $f(x) = \frac{e^{3x}}{2}$. (1p)

2)

a) Lös olikheten $\cos 4x < \frac{1}{2}$. (1p)

b) Bestäm alla lösningar till ekvationen $\sin^2 x + 2 \cos x + 2 = 0$. (2p)

3)

a) Bestäm alla lösningar, reella såväl som komplexa, till ekvationen $z^4 - z^3 + z - 1 = 0$. Svara på formen $a + ib$. (2p)

b) Räkna ut absolutbeloppet $|z|$ då $z = \frac{(1+i\sqrt{3})^6}{(1-i)^4}$. (1p)

4) Rita grafen till funktionen $f(x) = \frac{e^{3x}}{x+2}$. Eventuella asymptoter och stationära punkter skall framgå ur figuren.

5) Beräkna följande gränsvärden

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x} - 1}{\sin 3x}$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 5x + 4} - \sqrt{x^2 - x})$

6) Undersök hur många reella nollställen polynomet $p(x) = 3x^3 - x^2 + x + 1$ har. Bestäm i vilka/vilket intervall av längd 1 eventuella nollställen ligger.

7) För vilka värden på konstanten a har ekvationen $\frac{x^3}{x^2-1} = a$ exakt tre olika reella lösningar?