

**Tentamen i Matematisk analys, del 1. 764G07/TEN1 , 2021-10-29, kl 8-13.**

Penna, radergummi, linjal, passare och gradskiva får användas. Ett formelblad bifogas tentan. Inga övriga hjälpmedel är tillåtna. Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar.

Uppgifterna bedöms med 0 – 3 poäng. För betyget G krävs minst 8 poäng. För betyget VG krävs minst 15 poäng dessutom *minst* 5 st godkända uppgifter (en godkänd uppgift har bedömts med minst 2 p).

Godkänd dugga 1 och dugga 2 ger vardera 1 p. Observera att bonus enbart gäller för betyget G. Skriv på omslaget hur många bonuspoäng (B=0, B=1 eller B=2) du har.

---

1) Lös ekvationerna

a)  $\cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$    b)  $\cos^2 x + 4 \sin x - 4 = 0$    c)  $\ln x - \ln(3x + 2) + \ln(x + 4) = 0.$

2) Bestäm värdemängden  $V_f$  för  $f(x) = \frac{e^{-3x}}{x-1}$ .

3) Beräkna följande gränsvärden

a)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 3x + 2}$    b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} - x)$    c)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{x-1} - 1}{\sin(4x-4)}$

4) Rita grafen till funktionen  $f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 4}$ . Ange eventuella lokala extrempunkter, samt lodräta och vågräta asymptoter.

5) Bestäm alla lösningar, reella såväl som komplexa, till ekvationen  $z^5 - z^4 + 16z - 16 = 0$ . Svara på formen  $a + ib$ .

6) Bestäm konstanterna  $a$  och  $b$  så att funktionen

$$f(x) = \begin{cases} e^{3x} + x, & x \geq 0, \\ ax + b, & x < 0 \end{cases}$$

blir deriverbar för alla  $x$ .

7) För vilka reella tal  $x$  gäller olikheten  $\arctan x \geq \frac{x}{x^2 + 1}$ .

*Lycka till !*

## Trigonometriska formler

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$\sin(-x) = -\sin x$$

$$\cos(-x) = \cos x$$

$$\cos(\pi \pm x) = -\cos x$$

$$\sin(\pi - x) = \sin x$$

$$\tan(\pi + x) = \tan x$$

$$\tan(\pi - x) = -\tan x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2 \cos^2 x - 1 = 1 - 2 \sin^2 x$$

$$\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1}{2}(1 - \cos x)$$

$$\cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1}{2}(1 + \cos x)$$

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y$$

$$\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y$$

$$\tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}$$

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$

$$\sin x - \sin y = 2 \sin \frac{x-y}{2} \cos \frac{x+y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$