

**Tentamen i Matematisk analys, del 1. 764G07/TEN1, 2022-01-07, kl 8-13.**

Penna, radergummi, linjal, passare och gradskiva får användas. Ett formelblad bifogas tentan. Inga övriga hjälpmedel är tillåtna. Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar.

Uppgifterna bedöms med 0 – 3 poäng. För betyget G krävs minst 8 poäng. För betyget VG krävs minst 15 poäng dessutom *minst* 5 st godkända uppgifter (en godkänd uppgift har bedömts med minst 2 p).

Godkänd dugga 1 och dugga 2 ger vardera 1 p. Observera att bonus enbart gäller för betyget G. Skriv på omslaget hur många bonuspoäng (B=0, B=1 eller B=2) du har.

---

1) Rita funktionen  $y(x) = x^4 e^{-2x}$ . Eventuella asymptoter och stationära punkter skall framgå ur figuren.

2)

a) Bestäm alla lösningar, reella såväl som komplexa, till ekvationen

$$z^4 - 4z^3 + 4z^2 + 4z - 5 = 0. \quad (2p)$$

b) Bestäm belopp och argument till  $z = \frac{(\sqrt{3}-i)^3(1-i)}{1+i}$ . (1p)

3) Beräkna följande gränsvärden

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 9x} - x) \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\ln(5x + 3) - \ln(2x - 4)) \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin^2 x} - 1}{x \tan x}$$

4) I en rätvinklig låda med kvadratisk bottenyta är höjden och sidan i bottenytan tillsammans 6 dm. Bestäm lådans största möjliga volym.

5)

a) Lös ekvationen  $\sin 3x = \sin\left(\frac{\pi}{3} - 7x\right)$ . (1p)

b) Bestäm alla lösningar till  $2 \cos^2 x = 2 + \sin x$ . (2p)

6) Betrakta kurvan  $y = e^{-2x^2}$ . Var kan en tangent till kurvan skära y-axeln?

7) Låt  $f(x) = \frac{\sin x}{x}$ ,  $0 < x < \pi$ . Visa att  $f$  har en invers funktion  $g = f^{-1}$  samt beräkna  $g'\left(\frac{2}{\pi}\right)$ .

*Lycka till!*

## Trigonometriska formler

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$\sin(-x) = -\sin x$$

$$\cos(-x) = \cos x$$

$$\cos(\pi \pm x) = -\cos x$$

$$\sin(\pi - x) = \sin x$$

$$\tan(\pi + x) = \tan x$$

$$\tan(\pi - x) = -\tan x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2 \cos^2 x - 1 = 1 - 2 \sin^2 x$$

$$\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1}{2}(1 - \cos x)$$

$$\cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1}{2}(1 + \cos x)$$

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y$$

$$\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y$$

$$\tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}$$

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$

$$\sin x - \sin y = 2 \sin \frac{x-y}{2} \cos \frac{x+y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$