

Tentamen i Analys i en variabel del 2. 764G07/TEN2, 2020-01-17, kl. 8-13.

Ett formelblad bifogas tentan. Inga övriga hjälpmedel är tillåtna.

Uppgifterna bedöms med 0 – 3 poäng.

För betyget G krävs minst 8 poäng. För betyget VG krävs minst 15 poäng dessutom krävs minst 5 st. godkända uppgifter (en godkänd uppgift har bedömts med minst 2 poäng).

Godkänd dugga 3 ger 1 - 2 bonuspoäng. Observera att bonus enbart gäller för betyget G. Skriv på omslaget hur många bonuspoäng (B=0, B=1 eller B=2) du har.

1) Beräkna

a) $\int x^2 \ln x \, dx$ (1p) b) $\int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} \, dx$ (1p) c) $\int \frac{x-5}{x^2-5x+6} \, dx$ (1p)

2) Beräkna $\iint_D xy \, dx dy$ där D är det område som begränsas av $y = 4x$ och $y = x^3$. (3p)

3)

a) Beräkna Maclaurinpolynomet av grad 3 till $f(x) = \ln(1 + \sin x)$ (1p)

b) Bestäm gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos x}{e^x - 1 - x}$ (1p)

c) Har funktionen $f(x) = x \sin(2x + x^2) - 2x^2 - x^3$ lokalt extremvärde för $x = 0$? Ange om det eventuella extremvärdet är lokalt *max* eller lokalt *min*. (1p)

4) Beräkna volymen av den kropp som uppkommer då området mellan x -axeln och kurvan $y = \frac{\sqrt{x}}{x+1}$, $0 \leq x \leq 1$ roteras ett varv kring y -axeln. (3p)

5)

a) Visa att $y = \frac{x}{\ln x}$ är en lösning till differentialekvationen $x^2 y' = xy - y^2$ (1p)

b) Bestäm den lösning till differentialekvationen $y' + xy = e^{-\frac{x^2}{2}}$ som uppfyller begynnelsevillkoret $y(0) = 1$. (2p)

6) En kurva ges i polära koordinater av $r = \sin^2(3\vartheta)$, $0 \leq \vartheta \leq 2\pi$. Hur stor area har området som innesluts av kurvan? (3p)

7) Bestäm konstanten A så att gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(3x+2) + \ln(3x-2) - 2 \ln x + A}{\arctan(1 - \cos \frac{1}{x})}$$

existerar ändligt. Bestäm också gränsvärdet. (3p)