

Tentamen i Matematisk analys del 2, 764G07/TEN2, 2021-01-12, kl 8-13.

Ett formelblad bifogas tentan. Inga övriga hjälpmedel är tillåtna.

Uppgifterna bedöms med 0 – 3 poäng.

För betyget G krävs minst 8 poäng. För betyget VG krävs minst 15 poäng dessutom krävs *minst* 5 st. godkända uppgifter (en godkänd uppgift har bedömts med minst 2 poäng).

Godkänd dugga 3 ger 1 - 2 bonuspoäng. Observera att bonus enbart gäller för betyget G. Skriv på omslaget hur många bonuspoäng (B=0, B=1 eller B=2) du har.

1) Bestäm en primitiv funktion till följande funktioner

a) $(x + 1) \cos(3x)$ b) $\frac{\sqrt{2+x}}{x+3}$ c) $\frac{\cos x}{\sin^2 x + 2 \sin x + 5}$

2) Bestäm den lösning till differentialekvationen

$(x - 1)e^{2x}y' + \frac{e^{2x}}{x}y = x^2, \quad x > 1,$
för vilken gäller att $\lim_{x \rightarrow \infty} y(x) = 1.$

3) Med hjälp av dubbelintegral beräkna arean av den triangel som begränsas av linjerna $y = x + 1$, $y = 2x$ och $y = 3x - 3$.

4) Räkna ut volymen av den rotations kropp som bildas då ytan mellan kurvan $y = \cos(2x)$, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$, x -axeln och linjen $x = 0$ roterar ett varv kring x -axeln.

5) Beräkna

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \cos(2x) - e^x}{\sin(3x^2)}$ b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(2x - 3)}{\sin(x - 2)}$ c) $\int_2^{\infty} \frac{dx}{x^2 - 1}$

6) Undersök om $f(x) = \ln(\cos x) + \frac{x^2}{2}$ har lokalt maximum eller minimum i punkten $x = 0$.

7) Betrakta kurvan som på polär form ges av $r(\theta) = 1 + \sin \theta$, $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$. Räkna ut arean av den rotationsyta som bildas då kurvan roterar ett varv kring y -axeln.

Lycka till!

Trigonometriska formler

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$\sin(-x) = -\sin x$$

$$\cos(-x) = \cos x$$

$$\cos(\pi \pm x) = -\cos x$$

$$\sin(\pi - x) = \sin x$$

$$\tan(\pi + x) = \tan x$$

$$\tan(\pi - x) = -\tan x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2 \cos^2 x - 1 = 1 - 2 \sin^2 x$$

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$$

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$$

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y$$

$$\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y$$

$$\tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}$$

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$

$$\sin x = \frac{2 \tan \frac{x}{2}}{\tan^2 \frac{x}{2} + 1}$$

$$\cos x = \frac{\tan^2 \frac{x}{2} - 1}{\tan^2 \frac{x}{2} + 1}$$