

**Tentamen i Matematisk analys del 2, 764G07/TEN2, 2021-08-21, kl 8.00 – 13.00**

Penna, radergummi, linjal, passare och gradskiva får användas. Ett formelblad bifogas tentan. Inga övriga hjälpmedel är tillåtna. Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Uppgifterna bedöms med 0 – 3 poäng. För betyget G krävs minst 8 poäng. För betyget VG krävs minst 15 poäng dessutom krävs *minst* 5 godkända uppgifter (en godkänd uppgift har bedömts med minst 2 poäng). Godkänd dugga 3 ger 1 - 2 bonuspoäng. Observera att bonus enbart gäller för betyget G. Skriv på omslaget hur många bonuspoäng (B=0, B=1 eller B=2) du har.

---

1. Beräkna följande integraler

$$\text{a) } \int_0^4 x\sqrt{9+x^2} dx \quad (1\text{p}) \quad \text{b) } \int x \sin(3x) dx \quad (1\text{p}) \quad \text{c) } \int \frac{1}{x^3-x} dx \quad (1\text{p})$$

2. Bestäm den lösning till differentialekvationen  $xy' + 2y = \frac{x}{x-1}$ ,  $x > 1$ , som uppfyller villkoret  $y(2) = 1$

3. Bestäm volymen av den kropp som uppstår då området  $0 \leq y \leq \sqrt{x} e^{-2x}$ ,  $x \geq 0$ , roteras ett varv kring x-axeln.

4. Beräkna

$$\iint_D (2x + 2y) dx dy$$

där  $D$  är det område som begränsas av  $y = 2x$ ,  $y = x$  och  $2y - x = 3$ .

5. a) Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2+x^4} - 1 - x^2}{\cos(2x^2) - 1}. \quad (1\text{p})$$

b) Bestäm konstanten  $a$  så att gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \ln(1+x) + \sin x + ax^2 - 3x}{x^3}$$

existerar ändligt. Bestäm också detta gränsvärde. (2p)

6. Bestäm konstanten  $a$  så att derivatan av ordning 9 av  $f(x) = x^3(ae^{x^2} - \cos x^3)$  För  $x = 0$  ska vara lika med 0.

7. En kurva  $x = t - \sin t$ ,  $y = 1 - \cos t$ ,  $0 \leq t \leq \pi$ , roteras ett varv kring x-axeln. Hur stor area får den yta som uppkommer vid rotation?

## Trigonometriska formler

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$\sin(-x) = -\sin x$$

$$\cos(-x) = \cos x$$

$$\cos(\pi \pm x) = -\cos x$$

$$\sin(\pi - x) = \sin x$$

$$\tan(\pi + x) = \tan x$$

$$\tan(\pi - x) = -\tan x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2 \cos^2 x - 1 = 1 - 2 \sin^2 x$$

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$$

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$$

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y$$

$$\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y$$

$$\tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}$$

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$

$$\sin x = \frac{2 \tan \frac{x}{2}}{\tan^2 \frac{x}{2} + 1}$$

$$\cos x = \frac{\tan^2 \frac{x}{2} - 1}{\tan^2 \frac{x}{2} + 1}$$