

**Tentamen i Matematisk analys del 2, 764G07/TEN2, 2022-01-11, kl 8.00 – 13.00**

Penna, radergummi, linjal, passare och gradskiva får användas. Ett formelblad bifogas tentan. Inga övriga hjälpmedel är tillåtna. Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Uppgifterna bedöms med 0 – 3 poäng. För betyget G krävs minst 8 poäng. För betyget VG krävs minst 15 poäng dessutom krävs *minst* 5 godkända uppgifter (en godkänd uppgift har bedömts med minst 2 poäng). Godkänd dugga 3 ger 1 - 2 bonuspoäng. Observera att bonus enbart gäller för betyget G. Skriv på omslaget hur många bonuspoäng (B=0, B=1 eller B=2) du har.

---

1. Beräkna följande integraler

$$\text{a) } \int x \sin(x^2 + 1) dx \quad (1\text{p}) \quad \text{b) } \int x e^{3x} dx \quad (1\text{p}) \quad \text{c) } \int \frac{\sqrt{x+1}}{x} dx \quad (1\text{p})$$

2. Lös differentialekvationen  $y' + \frac{1}{x}y = x \sin x$ ,  $x > 0$ , under villkoret  $y(\pi) = \pi$ .

3. Bestäm arean av det område som begränsas av kurvan  $y = \frac{1}{x^2+2x+10}$ , linjen  $x = 2$  och  $x$ -axeln.

4. Med hjälp av dubbelintegral beräkna arean av triangeln med hörn i punkterna  $(1, 1)$ ,  $(3, 3)$ , och  $(2, 4)$ .

5. Beräkna

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x) - \ln(1+4x) + 2x}{e^{4x^2} - 1} \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \left( 2 \ln \frac{1+x}{x} + 1 - \sqrt{\frac{x+4}{x}} \right) \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\cos(2x-6) - 1}{\sqrt[3]{x^2 - 6x + 10} - 1}$$

6. Beräkna volymen av den kropp som uppkommer då området mellan kurvan  $y = x^2 + 4$ , och linjerna  $x = 0$ ,  $x = 1$ ,  $y = 2$  roteras ett varv kring linjen  $y = -1$ .

7. En kurva  $y = ax^2$ ,  $0 \leq x \leq \frac{\sqrt{3}}{2a}$ , roteras ett varv kring  $y$ -axeln. Bestäm konstanten  $a$  så att rotationsarea blir lika med  $42\pi \text{ dm}^2$ .

*Lycka till!*

## Trigonometriska formler

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$\sin(-x) = -\sin x$$

$$\cos(-x) = \cos x$$

$$\cos(\pi \pm x) = -\cos x$$

$$\sin(\pi - x) = \sin x$$

$$\tan(\pi + x) = \tan x$$

$$\tan(\pi - x) = -\tan x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2 \cos^2 x - 1 = 1 - 2 \sin^2 x$$

$$\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1}{2}(1 - \cos x)$$

$$\cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1}{2}(1 + \cos x)$$

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y$$

$$\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y$$

$$\tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}$$

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$

$$\sin x - \sin y = 2 \sin \frac{x-y}{2} \cos \frac{x+y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$