

Matematisk analys del 2
Dugga 3
2022-11-25, kl 08.00-11.00

Penna, suddgummi, passare, linjal och gradskiva får användas. Ett formelblad bifogas skrivningen. Inga övriga hjälpmedel är tillåtna.

Skriv klart och tydligt och med så utförliga motiveringar att din tankegång är lätt att följa, steg för steg. Lösningarna skall vara avslutade med ett svar (svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt **efter** ordet "svar").

En lösning som innehåller något allvarligt fel i mer elementär matematik (som inte är uppenbart slarv) ger inte någon poäng alls.

Vid tentamen på kursen Matematisk analys del 2, 764G07, kan man under läsåret 2022/23 tillgodoräkna sig 1 poäng då man har erhållit minst 6 poäng på dugga 3 eller 2 poäng då man har erhållit minst 10 poäng på dugga 3. Observera att denna bonus enbart gäller för betyget 3.

1. Beräkna

a. $\int x \sin(2x) dx$ (1p)

b. $\int \frac{4}{x^2 - 4} dx$ (1p)

c. $\int 6x^3 e^{x^2} dx$ (1p)

d. $\int_0^{8\pi} \sin^4 x dx$ (1p)

2. Beräkna arean av det område, i första kvadranten, som begränsas av $y = \frac{2}{x}$, $y = 2x$ och $y = \frac{x}{8}$.

3. Området i första kvadranten som begränsas av $y = 2x^4 + 1$, $y = 3$, $y = 9$ samt y -axeln roteras ett varv kring y -axeln. Beräkna den uppkomna rotationskroppens volym.

4. Beräkna längden av kurvan $r = e^{-\varphi}$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$. Observera att kurvan är given med hjälp av polära koordinater, d.v.s. $\begin{cases} x = r(\varphi) \cos \varphi \\ y = r(\varphi) \sin \varphi \end{cases}$. Utgå ifrån ett bågelement och "härled" beräkningsformel för kurvängd. Rita kurvan.

5. Hur stor volym har den badring som uppkommer då området $x^2 + (y-3)^2 \leq 4$ roteras ett varv kring x -axeln?

Lycka till!

