

Matematisk analys del1
Tentamen
2022-10-30, kl 8.00-13.00

Penna, suddgummi, passare, linjal och gradskiva får användas. Ett formelblad bifogas skrivningen. Inga övriga hjälpmedel är tillåtna.

Varje uppgift kan ge högst 3 poäng. Uppgift räknas som godkänd om den bedömts med minst 2 poäng. För betyg G räcker 8 poäng. För betyg VG krävs minst 15 poäng och minst 5 godkända uppgifter.

Godkänd dugga1 och dugga2 ger vardera 1p. Observera att bonus enbart gäller för betyget G. Skriv på omslaget hur många bonuspoäng (B=0, B=1 eller B=2) du har.

Skriv klart och tydligt och med så utförliga motiveringar att din tankegång är lätt att följa, steg för steg. Lösningarna skall vara avslutade med ett svar (svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt efter ordet "svar"). En lösning som innehåller något allvarligt fel i mer elementär matematik (som inte är uppenbart slarv) ger inte någon poäng alls.

1. Lös ekvationerna

a) $4 \sin(3x - \pi/4) = -2$ b) $\cos(2x - 3\pi/2) = \cos \frac{x}{2}$ c) $\ln(x+3) + \ln x^2 = 3 \ln x - \ln\left(\frac{1}{x-1}\right)$

2. a) Man har det komplexa talet $z = e^{i\frac{\pi}{3}} - 2$. Bestäm $|z|$ och ett argument för z . (1p)

b) I den punkt där $x = 1$ dras en tangent till kurvan $y = \frac{2 \ln x}{x^2 - 2x + 5}$.
Bestäm tangentens ekvation. (2p)

3. Beräkna följande gränsvärden

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 - 1}{x - 1}$ b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(3x - 3)}{\ln x}$ c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x + 1}}{1 - \sqrt{x + 1}}$

4. Rita grafen till funktionen $y = \frac{x^2 - 2}{x + 1}$. Eventuella asymptoter och stationära punkter ska framgå i figuren.

5. Finn alla komplexa lösningar till ekvationen $z^3 = -8i$. Svara på formen $a + bi$.

6. Hur många reella lösningar har ekvationen $\ln x + \frac{1}{\ln x} = k$ för olika reella värden på konstanten k ?

7. Ett halvklot med radien r tangeras på utsidan av en rak cirkulär kon. Bestäm exakt konens toppvinkel då konens volym är så liten som möjligt.

Lycka till!

