

Matematisk analys del1
Tentamen
2023-01-05, kl 8.00-13.00

Penna, suddgummi, passare, linjal och gradskiva får användas. Ett formelblad bifogas skrivningen. Inga övriga hjälpmedel är tillåtna.

Varje uppgift kan ge högst 3 poäng. Uppgift räknas som godkänd om den bedömts med minst 2 poäng. För betyg G räcker 8 poäng. För betyg VG krävs minst 15 poäng och minst 5 godkända uppgifter.

Godkänd dugga1 och dugga2 ger vardera 1p. Observera att bonus enbart gäller för betyget G. Skriv på omslaget hur många bonuspoäng (B=0, B=1 eller B=2) du har.

Skriv klart och tydligt och med så utförliga motiveringar att din tankegång är lätt att följa, steg för steg. Lösningarna skall vara avslutade med ett svar (svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt efter ordet "svar"). En lösning som innehåller något allvarligt fel i mer elementär matematik (som inte är uppenbart slarv) ger inte någon poäng alls.

1. Lös ekvationerna

a) $3z - i \cdot \bar{z} = 5 - 7i$ b) $\sqrt{2x+30} + x + 3 = 0$ c) $\ln(3-x) - \ln(-x) = \ln(2-x^2) + 2\ln 2$

2. Funktionen f är definierad genom $f(x) = x^2 - \sin(3x)$.

a) Bestäm största värde som andraderivatan $f''(x)$ kan anta. (1p)

b) Lös ekvationen $f''(x) = \frac{13}{2}$. (2p)

3. Beräkna följande gränsvärden

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\pi x)}{x^2 + x}$ b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^4 - 1)(2x - 2)}{2x^2 - 4x + 2}$ c) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sin(\pi x)}{x^2 + x}$

4. Ett rätblock (tegelsten) uppfyller att längden är dubbelt så stor som bredden, och att längden plus höjden är 12 längdenheter. Vilken är den största möjliga volym?

5. Skissa grafen till funktionen $f(x) = \frac{4x^2 + 2x}{4x^2 + 1} - \arctan(2x)$. Ange antalet nollställen till f samt eventuella lodräta och horisontella (vågräta) asymptoter och lokala extrempunkter.

6. Låt $p(z) = z^4 - 2z^3 + 6z^2 - 8z + 8$

a) Ekvationen $p(z) = 0$ har en imaginär rot, $z = a \cdot i$. Bestäm a . (1p)

b) Bestäm de övriga rötterna till ekvationen $p(z) = 0$. (2p)

7. Låt $f(x) = \begin{cases} x^2 \ln|x| + x & , x \neq 0 \\ 0 & , x = 0 \end{cases}$. Beräkna $f'(x)$ för alla $x \in \mathbb{R}$ för vilka derivatan existerar, med hjälp av definitionen av derivata.

Lycka till!

