

Matematisk analys del2

Tentamen

2023-01-10, kl 8.00-13.00

Hjälpmedel:

- Penna, suddgummi, passare, linjal och gradskiva får användas.
- Ett formelblad bifogas skrivningen.

Varje uppgift kan ge högst 3 poäng. Uppgift räknas som godkänd om den bedömts med minst 2 poäng.

För betyg G räcker 8 poäng. För betyg VG krävs minst 15 poäng och minst 5 godkända uppgifter.

Godkänd dugga 3 ger 1-2 bonuspoäng. Observera att bonus enbart gäller för betyget G. Skriv på omslaget hur många bonuspoäng ($B=0$, $B=1$ eller $B=2$) du har.

Skriv klart och tydligt och med så utförliga motiveringar att din tankegång är lätt att följa, steg för steg.

Lösningarna skall vara fullständiga och avslutade med ett svar (svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt efter ordet "svar").

En lösning som innehåller något allvarligt fel i mer elementär matematik (som inte är uppenbart slarv) ger inte någon poäng.

1. Beräkna följande integraler

a) $\int \frac{\sin x}{3 + \cos x} dx$

b) $\int \frac{1}{x^2 - x - 2} dx$

c) $\int x e^{3x} dx$

2. Bestäm den lösning till differentialekvationen $xy' + 2y = 3xe^{x^3-1}$, $x \neq 0$, som uppfyller begynnelsevillkoret $y(1) = 0$.

3. Beräkna följande gränsvärden

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x) - 2x(1+x)^{1/3}}{1 - \cos x}$ (1p)

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(x^2 \ln \left(1 + \frac{1}{x} \right) - \sqrt{x^2 - 4x} \right)$ (2p)

4. Bestäm största och minsta värde av $f(x, y) = (x-1)(y^2 - 2y + 2) + 1$ på triangelområde som begränsas av linjerna $x = 2$, $y = 0$ och $y = x$.

5. Beräkna $\iint_D \sin y^3 dx dy$. Där $D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, \sqrt{x} \leq y \leq 1\}$.

6. Kurvan $y = \cos \frac{x}{2}$ begränsar tillsammans med koordinataxlarna ett område i första kvadranten.

Området delas av kurvan $y = \sin \frac{x}{2}$ i två delar. Beräkna förhållandet mellan arean av den större delen och arean av den mindre delen. Integrationsgränserna skall bestämmas algebraiskt.

7. Beräkna längden av kurvan $y = \ln(\cos x)$, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{6}$.

Lycka till!

