

## Matematisk analys del2

### Tentamen

2023-03-14, kl 14.00-19.00

Hjälpmedel:

- Penna, suddgummi, passare, linjal och gradskiva får användas.
- Ett formelblad bifogas skrivningen.

Varje uppgift kan ge högst 3 poäng. Uppgift räknas som godkänd om den bedömts med minst 2 poäng.

För betyg G räcker 8 poäng. För betyg VG krävs minst 15 poäng och minst 5 godkända uppgifter.

Godkänd dugga 3 ger 1-2 bonuspoäng. Observera att bonus enbart gäller för betyget G. Skriv på omslaget hur många bonuspoäng (B=0, B=1 eller B=2) du har.

Skriv klart och tydligt och med så utförliga motiveringar att din tankegång är lätt att följa, steg för steg.

Lösningarna skall vara fullständiga och avslutade med ett svar (svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt efter ordet "svar").

En lösning som innehåller något allvarligt fel i mer elementär matematik (som inte är uppenbart slarv) ger inte någon poäng.

1. Beräkna följande integraler

a)  $\int_1^e \ln x dx$

b)  $\int_0^{\pi^2} \sin \sqrt{x} dx$

c)  $\int_1^2 \frac{1}{x^2 + x} dx$

2. Bestäm den lösning till differentialekvationen  $y' = yx \sin x^2$  som uppfyller begynnelsevillkoret  $y(0) = 1$ .

3. Betrakta det plana område som definieras av olikheterna  $0 \leq y \leq \frac{1}{\sqrt{x(x+1)}}$ ,  $1 \leq x \leq 2$ . Beräkna volymen av den kropp som uppstår då området roteras ett varv kring  $x$ -axeln.

4. Beräkna  $\iint_D \frac{y}{x} dx dy$  där  $D$  är det område som ligger mellan linjerna  $x = 1$ ,  $x = 4$ ,  $y = x$ ,  $y = 3x$ .

5. Beräkna följande gränsvärden

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - \cos(2x)}{x^2}$  (1p)

b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( e^{1/x} \cdot \sqrt{x^4 + x^2} - x^2 - x \right)$  (2p)

6. Bestäm största och minsta värde av  $f(x, y) = 2x^2 - 4x + \frac{y^2}{2} - y + 3$  då  $2x + 3y \leq 6$ ,  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$ .

7. Låt  $f(x) = \frac{1}{\cos x}$ ,  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ . Visa att  $f$  har en invers  $g$  samt beräkna  $\int_1^{\sqrt{2}} g(x) dx$ .

Lycka till!

