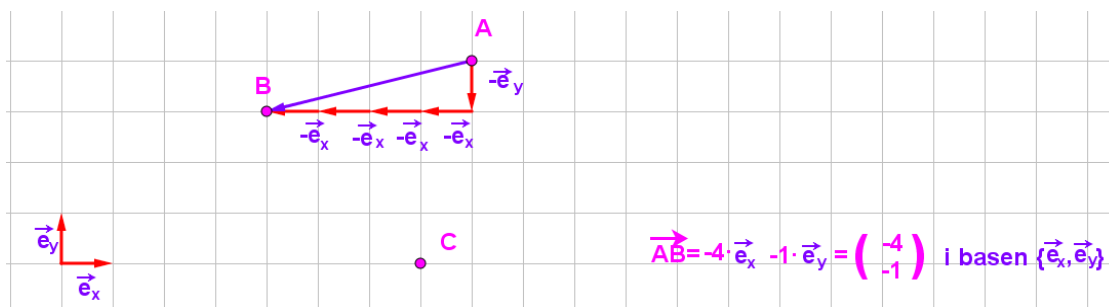


Föreläsningsplanering och lektionsplanering 764G08 del1



Uppgifter märkta med **B** är från boken, **U** från kompletterande material (hämtas på kursens hemsida under fiken Kurslitteratur : [Kompletterande material](#)) och **P** från problemsamlingen. Uppgifter i *kursiv stil* rekommenderas för dem som vill fördjupa sig/vill satsa på VG. Varva mellan uppgifterna i boken och i häftet och, om så önskas, de i kursiv stil.

Innehåll	Avsnitt
<p>Seminarium 1</p> <p>Introduktion, vektorer</p> <ul style="list-style-type: none"> • Notationen i kursen är av vikt och grundläggande! <p>Kommentar:</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ I boken betecknas en vektor med en bokstav i fet stil men vi ska alltid markera vektorer med en vektor ovanför bokstäverna. ○ I exempelsamlingen betecknas en vektor med en sträck ovanför bokstäverna men vi ska alltid markera vektorer med en vektor ovanför bokstäverna. <ul style="list-style-type: none"> • Vi kommer ofta använda oss av följande formulering (kan inte levas utan!!! 😊): Om $\vec{u} \neq \vec{0}$ och \vec{v} är parallell med \vec{u} så finns ett reellt tal så att $\vec{v} = \lambda \cdot \vec{u}$. <p><i>Obs:</i> att "lambda" är inte markerad med en vektor ovanför. Detta medför att "lambda" är en skalär och inte vektor och tillhör reella tal. <i>Obs:</i> två vektorer kallas parallella om de har samma eller motsatt riktning.</p> <p>Instuderingsuppgifter:</p> <p>Seminariumuppgifter och hemma uppgifter:</p>	<p>Avsnitt : 1.1</p> <p>P1:1,2 U: Uppgifter: länk Svar: länk</p> <p>B1: (sid.88): 2, 18 P1: 4a,b</p> <p>OBS: i 4b ska sambandet vara \rightarrow</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> $\frac{\left \overrightarrow{P_1 R} \right }{\left \overrightarrow{P_2 R} \right } = \frac{p}{q}$ </div> <p>B1: 10, 16</p>

Seminarium 2	Projektion och koordinater	Avsnitt : 1.2
	Instuderingsuppgifter:	P1: 15
	Seminariumuppgifter och hemma uppgifter:	B1: (sid.92): 19, 24b, 27
Seminarium 3	Repetition med nytt: *Absolutbelopp och kvadratrot *Enhetscirkeln +speciella trianglar. Radianer. *Enkla trigonometriska ekvationer.	U: Om absolutbelopp och kvadratrot:1-4 länk U: 26,27,29 Utdrag ur analysboken: länk U: 1a,2a,3a,4a-d,5a,7a,c,8a länk (Tips: innan du jobbar med uppgifterna bearbeta först givna exempel i länken)
Seminarium 4	Frågestund. Ev. exempel enligt önskemål.	
Seminarium 5	Skalärprodukt, projektionsformeln Tips: innan du jobbar med uppgifterna bearbeta först noga givna exempel i respektive länk!	Avsnitt : 1.3+ kompletterande material om skalärprodukt + projektionssatsen med exempel (Tips: innan du jobbar med uppgifterna bearbeta först noga givna exempel i respektive länk)
	Instuderingsuppgifter:	P1: 5, 10, 25
	Seminariumuppgifter och hemma uppgifter:	B1: (sid.95): 38, 39, 42, 46, 50 P1: 16, 17, 19, 6, 7, 11, 22, 24 P4: 1 B1: 49
Seminarium 6+7	Vektorprodukt, linjer	Avsnitt : 1.4-1.5.3, 2.1
	Instuderingsuppgifter:	P1: 27, 28, 34
	Seminariumuppgifter och hemma uppgifter:	B1: (sid.95): 41, 52, 55, 56, 66, 72-(först: se exempel: 1.39 sid.55) 73-(först: se exempel: 1.40 sid.56) 74, 75, 77-(se exempel: 1.42 sid.59), 83-(se exempel: 1.43-1.45 sid.61-64) P1: 29, 30, 37, 38 B2: (sid.167): 1, 5

Seminarium 8

Plan, Skärningar för linjer och plan

Avsnitt : 1.5-1.5.3

Instuderingsuppgifter:

P1: 35,36

Seminariumuppgifter och hemma uppgifter:

B1:(sid.97): 65, 67, 85-88, 102

P1: 39, 40, 41, 43

B1: 81

Seminarium 9

Avståndsberäkningar för linjer och plan...

Avsnitt : 1.5.4

Seminariumuppgifter och hemma uppgifter:

B1: (sid.100): 103, 107- 110, 113

P1: 47,48, 50

Seminarium 10

Mer med räta linjer och plan

Avsnitt : 1.5-1.5.4

Seminariumuppgifter och hemma uppgifter:

B1: 79,90, 92, 96, 99, 100

P1: 49

Seminarium 11

Matriser, räkneregler, transponat

Avsnitt : 2.2

Instuderingsuppgifter:

P2: 1, 3

Seminariumuppgifter och hemma uppgifter:

B2:(sid.168): 10, 12, 15a, 21, 24, 30

P2: 4a, 6, 7

P4: 2

P2: 17a

Seminarium 12

Matrisinvers för $A_{2 \times 2}$ och matrisekvationer

Avsnitt : 2.2
del av Avsnitt : 6.1
+Föreläsningssanteckningar

Repetition: kvadratkomplettering

[länk: Kvadratkomplettering...](#)

Instuderingsuppgifter:

P2: 11

Seminariumuppgifter och hemma uppgifter:

B2: 8, 25

Tips: bearbeta gärna exempel 6.8 i boken på sid.312
innan du börjar jobba med matrisekvationer

B3:(sid.220): 25, 26

B6:(sid.320): 1a,b; 2a,b; 13, 14

P2: 12, 14, 15, 16, **P4:** 2

P2: 17b, 19

Seminarium 13

Linjära avbildningar, projektion

Avsnitt : 2.3

Tips! B2: (sid.145-147):

bearbeta noga exempel: 2.47 innan du börjar jobba med uppgifter, gör lösning "för hand" för de exempel tillsammans med boken och fyll i "saknad redovisning"

Seminariumuppgifter och hemma uppgifter:

P3: 5, 6, 7, 9a-b, 11, 12

B2: (sid.172): 31, 35, 36

Seminarium 14

Linjära avbildningar, spegling

Avsnitt : 2.3

Tips! B2: (sid.147-150):

bearbeta noga exempel: 2.48, 2.49 innan du börjar jobba med uppgifter, gör lösning "för hand" för de exempel tillsammans med boken och fyll i "saknad redovisning"

Seminariumuppgifter och hemma uppgifter:

B2:(sid.172): 32, 33, 42

P3: 13, 17a-c

Seminarium 15

Rotation, sammansatta avbildningar

Avsnitt : 2.3- 2.4

Avbildningsmatris för en vridning vinkeln φ moturs

i ON - bas ges av $A = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix}$.

Instuderingsuppgifter:

P3: 14

Seminariumuppgifter och hemma uppgifter:

B2: 37, 38, 39, 41, 45

B2: 40a, 51a

P3: 17d

Seminarium 16

Linjära ekvationssystem
Beräkning av matrisinvers

Avsnitt : 3.1- 3.2
del av Avsnitt : 6.1

Kommentar:

Avsnittet i boken är ganska teoritungt. Det är inte nödvändigt att behärska all denna teori. Det viktiga är att kunna använda radoperationer systematiskt för att lösa linjära ekvationssystem och invertera kvadratiske matriser. Man måste också veta vilka möjligheter som finns för antalet lösningar till ett linjärt ekvationssystem och förstå varför det är så.

Instuderingsuppgifter:

P5: 1, 2, 17

Seminariumuppgifter och hemma uppgifter:

B3:(sid.217): 7-15
P5: 8-11

Seminarium 17

OBS: det som ingår i kontrollskrivning är allt till och med seminarium 17

Fort.: Linjära ekvationssystem
Beräkning av matrisinvers

Avsnitt : 3.1- 3.2
del av Avsnitt : 6.1

Seminariumuppgifter och hemma uppgifter:

B3: 16, 30-33
B6:(sid.320): 2c, 3b, 7a
B6: 10a, 8, 9, 11,15
P5: 18, 22b+d,
P4: 3a
B6: 6
P5: 14, 19

23/10
14-00-18.00

**KTR1 Frivillig
kontrollskrivning**

Anmälan i portalen.

Har man godkänd på denna så får man bonuspoäng på tentan. Du hittar mer info på [Kursinformation](#).

Seminarium 18

Minsta kvadrat-metoden

Avsnitt:3.5 +U: [länk](#)

Kommentar:

Minsta kvadrat-metoden är det gängse namnet på tekniken som går igenom i avsnitt 3.5, även om lärobokens rubrik är "Överbestämda ekvationssystem". Kopplingen är att om man försöker lösa ett överbestämt ekvationssystem (fler ekvationer än obekanta) finns det i allmänhet ingen lösning. Man försöker då lösa ekvationssystemet "så gott det går", genom att göra felet så litet som möjligt. Felet kan ses som längden av en vektor, och dess längd är ju roten ur kvadratsumman av komponenterna. Det är alltså summan av dessa kvadrater som skall minimeras, "minsta kvadrat".

Instuderingsuppgifter:

P5: 23

Seminariumuppgifter och hemma uppgifter:

P5: 24

Seminarium 19

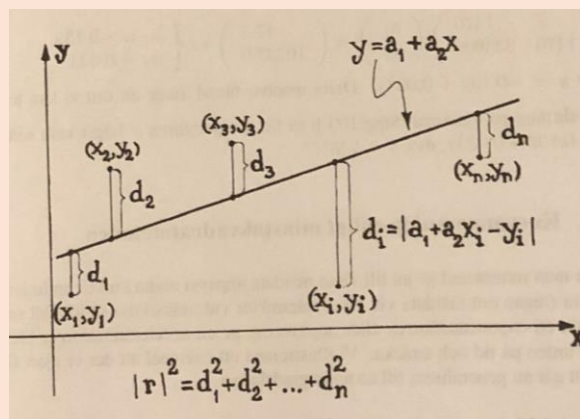
Fort.: Minsta kvadrat-metoden

Seminariumuppgifter och hemma uppgifter:

B3:(sid.225): 48, 50

P5: 25, 27, 28, 29, 30

B3: 56, 57d, 58

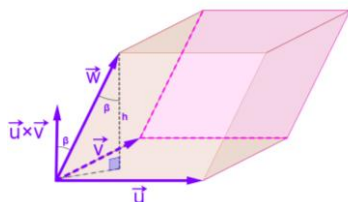


Seminarium 20

Determinanter

Avsnitt: 4 + [länk](#)

Exempel: (geometrisk tolkning) Vektorprodukten kan skrivas som determinant:



$$V = |\vec{u} \times \vec{v}| \cdot h = \left[\frac{h}{|\vec{w}|} = \cos \beta \Leftrightarrow h = |\vec{w}| \cdot \cos \beta \right] = |\vec{u} \times \vec{v}| \cdot |\vec{w}| \cdot \cos \beta = |(\vec{u} \times \vec{v}) \bullet \vec{w}| =$$
$$= |\det(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

Instuderingsuppgifter:

P6: 1a-c
B1:(sid.97): 65
B4:(sid.260): 7, 1a-d, 2, 5a-c, 11a-c,
19a,c,d, 23

Seminariumuppgifter och hemma uppgifter:

P6: 4-6, 9, 11
B4:(sid.260): 4, 20

Seminarium 21

Existens av lösningar till linjära ekvationssystem.

Avsnitt: 5.1- 5.2 + [länk](#)

Seminariumuppgifter och hemma uppgifter:

P6: 13, 14
B5:(sid.294): 1, 3-6

Seminarium 22

Linjärt oberoende/beroende

Avsnitt: 5.4 + [länk](#)

Instuderingsuppgifter:

P7: 1, 10

Seminariumuppgifter och hemma uppgifter:

P7: 11, 12
B5:(sid.298): 24, 25, 27

Seminarium 23

Baser

Avsnitt: 5.4 + [länk](#)

Seminariumuppgifter och hemma uppgifter:

P7: 4, 5, 7, 8
B5: 30,31

Seminarium 24

Gram-Schmidt-metoden

U:Gram-Schmidt-uppgifter + [länk1](#)
+ [länk2](#)

P7: 6

Seminarium 25

ON - matris (ortogonalmatris)
Basbyte

Avsnitt: 6.2 + [länk](#)
Avsnitt: 8.1 + [länk](#)

Tips: bearbeta gärna exempel 6.11 på sid.315.

OBS: olika notationer

- i boken: P är beteckning för Basbytematris
- i uppgiftssamlingen: T är beteckning för Basbytematris (kallas även för Transformationmatris)
- alltså $P=T$

Seminariumuppgifter och hemma uppgifter:

B6:(sid.324): 26b, 27a,b, 28, 29,
32, 39

B6: 27c

Seminarium 26

Fort. basbyte

Avsnitt: 8.1 + [länk](#)

OBS:olika notationer

- i boken: P är beteckning för Basbytematris
- i uppgiftssamlingen: T är beteckning för Basbytematris (kallas även för Transformationmatris)
- alltså $P=T$
- ON - matris (ortogonalmatris)

Instuderingsuppgifter:

P7: 13, 16

Tips: bearbeta gärna exempel 8.2 på sid.374.

Seminariumuppgifter och hemma uppgifter:

B8:(sid.404): 1, 3-7
P7: 15, 19, 20, 21

Seminarium 27

Basbyten och linjära avbildningar

Avsnitt: 8.2 + [länk](#)

Seminariumuppgifter och hemma uppgifter:

P7: 20, 21, 22

B8:(sid.406): 18, 9(obs: vinkeln i uppgiften ska vara , 10

Seminarium 28

Polynomekvationer

Faktorsatsen

Polynomdivision

$$\begin{array}{r} 2x^2 + 3x + 9 \\ 2x^3 - 3x^2 + 0 \cdot x - 27 \quad | \quad x - 3 \\ \hline -(2x^3 - 6x^2) \\ \hline 3x^2 + 0 \cdot x \\ -(3x^2 - 9x) \\ \hline 9x - 27 \\ -(9x - 27) \\ \hline 0 \end{array}$$

U: Utdrag ur analysboken [länk](#)

U: Uppgifter med mera [länk](#)

$$\begin{array}{r} 33 \\ 737 \overline{) 32} \\ \underline{-64} \\ 97 \\ \underline{-96} \\ 1 \end{array}$$

Seminarium 29

Eigenvärden, egenvektorer

Avsnitt: 7.1- 7.2 + [länk](#)

Instuderingsuppgifter:

P8: 1, 2

Tips: bearbeta gärna exempel 7.8 på sid.338,
 exempel 7.9 på sid.339,
 exempel 7.10 på sid.340,
 exempel 7.11 på sid.340,
 exempel 7.12 på sid.342

Seminariumuppgifter och hemma uppgifter:

P8: 3, 6, 7, 14, 16

B7:(sid.359): 3, 4, 6, 13,

B7:(sid.359): 8, 22c

Seminarium 30

Spektralsatsen med mera...

Avsnitt: 7.3- 7.4 + [länk](#)

Instuderingsuppgifter:

P8: 9

Tips: bearbeta gärna exempel 7.14 på sid.345,
 exempel 7.15 på sid.345,
 exempel 7.16 på sid.346,
 exempel 7.17 på sid.347

Seminariumuppgifter och hemma uppgifter:

B7:(sid.359): 14(A_2, A_3, A_5, A_7), 20,
 22a,b

B7:(sid.359): 8, 22c

Seminarium 31	Diagonalisering Instuderingsuppgifter: Tips: bearbeta gärna exempel 8.8 på sid.382, exempel 8.15 på sid.388, exempel 8.16 på sid.389 Seminariumuppgifter och hemma uppgifter:	Avsnitt: 8.3 + länk P8: 8 B8:(sid.406): 13-14 P8: 11, 14, 15 P8: 12
Seminarium 32	Potenser av matriser Kvadratiske former Tips: bearbeta gärna exempel 8.13-14 på sid.386 Seminariumuppgifter och hemma uppgifter:	Avsnitt: 8.4-8.5 + U länk P8: 17, 18, 19 B8:(sid.406): 12, 18 P9: 3, 4
Seminarium 33	Andragsgradskurvor (cirkel, ellips, sfär, ellipsoid) Tips: bearbeta gärna exempel 1.53 på sid.75 exempel 1.54 på sid.76 exempel 1.58 på sid.82 exempel 1.59 på sid.83-84 exempel 1.60 på sid.84 Kvadratiske former fort. Tips: bearbeta gärna exempel 8.18 på sid.390 Instuderingsuppgifter: Seminariumuppgifter och hemma uppgifter:	Avsnitt: 1.6.1-2, 8.6 + U länk P9: 1 P9: 6, 7, 8, 9 B8: (sid.408): 20 a-c, 21, 22a
Seminarium 34	Värdemängden till kvadratiske former Klassificering av kvadratiske former Instuderingsuppgifter: Tips: bearbeta gärna exempel 8.20 på sid.392, exempel 8.21 på sid.392, exempel 8.22-8.28 på sid.392-396 Seminariumuppgifter och hemma uppgifter:	Avsnitt: 8.7 P9: 2 B8: (sid.408): 24, 26, 27, 25
Seminarium 35	Repetition Ev. exempel enligt önskemål	

Linköpings universitet
Matematiska institutionen
Malgorzata Wesolowska