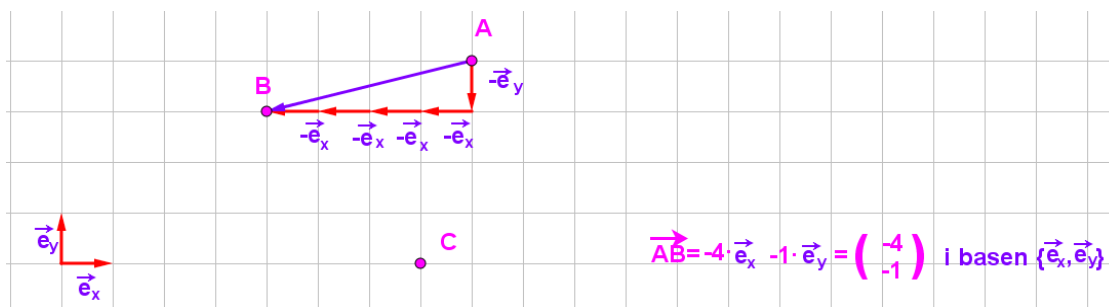


Föreläsningsplanering och lektionsplanering 764G08



Uppgifter märkta med **B** är från boken, **U** från kompletterande material (hämtas på kursens hemsida under fiken Kurslitteratur : [Kompletterande material](#)) och **P** från problemsamlingen. Uppgifter i *kursiv stil* rekommenderas för dem som vill fördjupa sig/vill satsa på VG. Varva mellan uppgifterna i boken och i häftet och, om så önskas, de i kursiv stil.

Innehåll	Avsnitt
<p>Seminarium 1</p> <p style="text-align: center;">Introduktion, vektorer</p> <ul style="list-style-type: none"> • Notationen i kursen är av vikt och grundläggande! <p>Kommentar:</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ I boken betecknas en vektor med en bokstav i fet stil men vi ska alltid markera vektorer med en vektor ovanför bokstäverna. ○ I exempelsamlingen betecknas en vektor med ett sträck ovanför bokstäverna men vi ska alltid markera vektorer med en vektor ovanför bokstäverna. • Vi kommer ofta använda oss av följande formulering (kan inte levas utan!!! 😊): Om $\vec{u} \neq \vec{0}$ och \vec{v} är parallell med \vec{u} så finns ett reellt tal så att $\vec{v} = \lambda \cdot \vec{u}$. <p><i>Obs:</i> att "lambda" är inte markerad med en vektor ovanför. Detta medför att "lambda" är en skalär och inte vektor och tillhör reella tal. <i>Obs:</i> två vektorer kallas parallella om de har samma eller motsatt riktning.</p> <p>Instuderingsuppgifter:</p> <p>Seminarium uppgifter och hemma uppgifter:</p>	<p>Avsnitt : 1.1</p> <p>+ om lika vektorer: länk</p> <p>P1:1,2 U: Uppgifter: länk Svar: länk</p> <p>B1: (sid.88): 2, 18 P1: 4a, b</p> <p>OBS: i 4b ska sambandet vara →</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> $\frac{\left \overrightarrow{P_1 R} \right }{\left \overrightarrow{P_2 R} \right } = \frac{p}{q}$ </div> <p>B1: 10, 16</p>

Seminarium 2	Projektion och koordinater	Avsnitt : 1.2
	Instuderingsuppgifter:	Exempel: ortogonalprojektion
	Seminarium uppgifter och hemma uppgifter:	P1: 15 B1: (sid.92): 19, 24b, 27
Seminarium 3	Repetition med nytt: *Absolutbelopp och kvadratrot *Enhetscirkeln +speciella trianglar. Radianer. *Enkla trigonometriska ekvationer.	U: Om absolutbelopp och kvadratrot: 1-4 länk U: 26,27,29 Utdrag ur analysboken: länk U: 1a,2a,3a,4a-d,5a,7a,c,8a länk (Tips: innan du jobbar med uppgifterna bearbeta först givna exempel i länken)
Seminarium 4	Frågestund. Ev. exempel enligt önskemål.	
Seminarium 5	Skalärprodukt, projektionsformeln Tips: innan du jobbar med uppgifterna bearbeta först noga givna exempel i respektive länk!	Avsnitt : 1.3+ kompletterande material om skalärprodukt + projektionssatsen med exempel (Tips: innan du jobbar med uppgifterna bearbeta först noga givna exempel i respektive länk)
	Instuderingsuppgifter:	P1: 5, 10, 25
	Seminarium uppgifter och hemma uppgifter:	B1: (sid.95): 38, 39, 42, 46, 50 P1: 16, 17, 19, 6, 7, 11, 22, 24 P4: 1 B1: 49
Seminarium 6+7	Vektorprodukt, linjer	Avsnitt : 1.4-1.5.3, 2.1
	Instuderingsuppgifter:	Exempel: vektorprodukt
	Seminarium uppgifter och hemma uppgifter:	P1: 27, 28, 34 B1: (sid.95): 41, 52, 55, 56, 66, 72-(först: se exempel: 1.39 sid. 55) 73-(först: se exempel: 1.40 sid. 56) 74, 75, 77-(se exempel: 1.42 sid. 59), 83-(se exempel: 1.43-1.45 sid. 61-64) P1: 29, 30, 37, 38 B2: (sid.167): 1, 5

Seminarium 8

Plan, Skärningar för linjer och plan

Avsnitt : 1.5-1.5.3

Instuderingsuppgifter:

P1: 35,36

Seminarium uppgifter och hemma uppgifter:

B1:(sid.97): 65, 67, 85-88, 102

P1: 39, 40, 41, 43

B1: 81

Seminarium 9

Avståndsberäkningar för linjer och plan...

Avsnitt : 1.5.4

Seminarium uppgifter och hemma uppgifter:

B1: (sid.100): 103, 107- 110, 113

P1: 47,48, 50

Seminarium 10

Mer med räta linjer och plan

Avsnitt : 1.5-1.5.4

Seminarium uppgifter och hemma uppgifter:

B1: 79,90, 92, 96, 99, 100

P1: 49

Seminarium 11

Matriser, räkneregler, transponat

Avsnitt : 2.2

Instuderingsuppgifter:

P2: 1, 3

Seminarium uppgifter och hemma uppgifter:

B2:(sid.168): 10, 12, 15a, 21, 24, 30

P2: 4a, 6, 7

P4: 2

P2: 17a

Seminarium 12

Matrisinvers för $A_{2 \times 2}$ och matrisekvationer

Avsnitt : 2.2
del av Avsnitt : 6.1
+Föreläsningssanteckningar

Repetition: kvadratkomplettering

[länk: Kvadratkomplettering...](#)

Instuderingsuppgifter:

[Kvadratkomplettering: bara exempel](#)

Seminarium uppgifter och hemma uppgifter:

P2: 11

Tips: bearbeta gärna exempel 6.8 i boken på sid. 312
innan du börjar jobba med matrisekvationer

B2: 8, 25

B3:(sid.220): 25, 26

B6:(sid.320): 1a, b; 2a, b; 13, 14

P2: 12, 14, 15, 16, **P4:** 2

P2: 17b, 19

Seminarium 13

Linjära avbildningar, projektion

Avsnitt : 2.3

Tips! B2: (sid. 145-147):

bearbeta noga exempel: 2.47 innan du börjar jobba med uppgifter, gör lösning "för hand" för de exemplen tillsammans med boken och fyll i "saknad redovisning"

Seminarium uppgifter och hemma uppgifter:

P3: 5, 6, 7, 9a-b, 11, 12

B2: (sid.172): 31, 35, 36

Seminarium 14

Linjära avbildningar, spegling

Avsnitt : 2.3

Tips! B2: (sid. 147-150):

bearbeta noga exempel: 2.48, 2.49 innan du börjar jobba med uppgifter, gör lösning "för hand" för de exemplen tillsammans med boken och fyll i "saknad redovisning"

Seminarium uppgifter och hemma uppgifter:

B2:(sid.172): 32, 33, 42

P3: 13, 17a-c

Seminarium 15

Rotation, sammansatta avbildningar

Avsnitt : 2.3- 2.4

Avbildningsmatris för en vridning vinkeln φ moturs

i ON - bas ges av $A = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix}$.

Instuderingsuppgifter:

P3: 14

Seminarium uppgifter och hemma uppgifter:

B2: 37, 38, 39, 41, 45

B2: 40a, 51a

P3: 17d

Seminarium 16

Linjära ekvationssystem
Beräkning av matrisinvers

Avsnitt : 3.1- 3.2
del av Avsnitt : 6.1

Kommentar:

Avsnittet i boken är ganska teoritunget. Det är inte nödvändigt att behärska all denna teori. Det viktiga är att kunna använda radoperationer systematiskt för att lösa linjära ekvationssystem och invertera kvadratiska matriser. Man måste också veta vilka möjligheter som finns för antalet lösningar till ett linjärt ekvationssystem och förstå varför det är så.

Instuderingsuppgifter:

P5: 1, 2, 17

Seminarium uppgifter och hemma uppgifter:

B3:(sid.217): 7-15
P5: 8-11

Seminarium 17

OBS: det som ingår i kontrollskrivning är allt till och med seminarium 17

Fort.: Linjära ekvationssystem
Beräkning av matrisinvers

Avsnitt : 3.1- 3.2
del av Avsnitt : 6.1

Seminarium uppgifter och hemma uppgifter:

B3: 16, 30-33
B6:(sid.320): 2c, 3b, 7a
B6: 10a, 8, 9, 11,15
P5: 18, 22b+d,
P4: 3a
B6: 6
P5: 14, 19

28/10
8.00-12.00

**KTR1 Frivillig
kontrollskrivning**

Anmälan i portalen.

Har man godkänd på denna så får man bonuspoäng på tentamen. Du hittar mer info på [Kursinformation](#).

Seminarium 18

Minsta kvadrat-metoden

Avsnitt:3.5 +U: [länk](#)

Kommentar:

Minsta kvadrat-metoden är det gängse namnet på tekniken som går igenom i avsnitt 3.5, även om lärobokens rubrik är "Överbestämda ekvationssystem". Kopplingen är att om man försöker lösa ett överbestämt ekvationssystem (fler ekvationer än obekanta) finns det i allmänhet ingen lösning. Man försöker då lösa ekvationssystemet "så gott det går", genom att göra felet så litet som möjligt. Felet kan ses som längden av en vektor, och dess längd är ju roten ur kvadratsumman av komponenterna. Det är alltså summan av dessa kvadrater som skall minimeras, "minsta kvadrat".

Instuderingsuppgifter:

P5: 23

Seminarium uppgifter och hemma uppgifter:

P5: 24

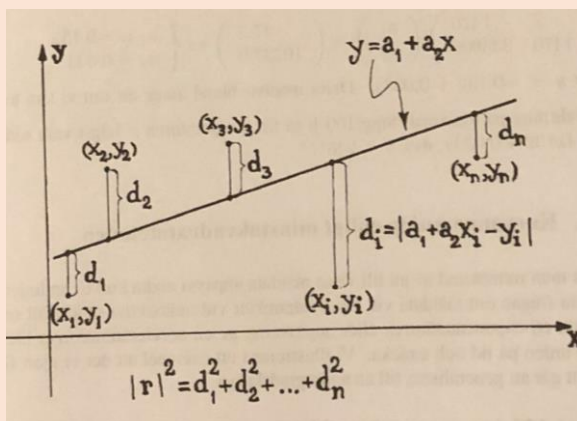
Seminarium 19

Fort.: Minsta kvadrat-metoden

Seminarium uppgifter och hemma uppgifter:

B3:(sid.225): 48, 50
P5: 25, 27, 28, 29, 30

B3: 56, 57d, 58

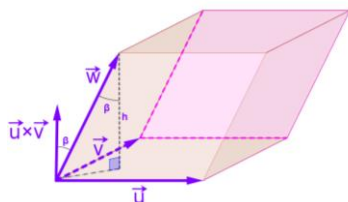


Seminarium 20

Determinanter

Avsnitt: 4 + [länk](#)

Exempel: (geometriska tolkningar) Vektorprodukten kan skrivas som determinant:



$$V = |\vec{u} \times \vec{v}| \cdot h = \left[\frac{h}{|\vec{w}|} = \cos \beta \Leftrightarrow h = |\vec{w}| \cdot \cos \beta \right] = |\vec{u} \times \vec{v}| \cdot |\vec{w}| \cdot \cos \beta = |(\vec{u} \times \vec{v}) \bullet \vec{w}| =$$
$$= |\det(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

Instuderingsuppgifter:

P6: 1a-c
B1:(sid.97): 65
B4:(sid.260): 7, 1a-d, 2, 5a-c, 11a-c,
19a, c, d, 23

Seminarium uppgifter och hemma uppgifter:

P6: 4-6, 9, 11
B4:(sid.260): 4, 20

Seminarium 21

Existens av lösningar till linjära ekvationssystem.

Avsnitt: 5.1- 5.2 + [länk](#)

Seminarium uppgifter och hemma uppgifter:

P6: 13, 14
B5:(sid.294): 1, 3-6

Seminarium 22

Linjärt oberoende/beroende

Avsnitt: 5.4 + [länk](#)

Instuderingsuppgifter:

P7: 1, 10

Seminarium uppgifter och hemma uppgifter:

P7: 11, 12
B5:(sid.298): 24, 25, 27

Seminarium 23

Baser

Avsnitt: 5.4 + [länk](#)

Seminarium uppgifter och hemma uppgifter:

P7: 4, 5, 7, 8

B5: 30,31

Seminarium 24

Gram-Schmidt-metoden

U: Gram-Schmidt-uppgifter + [länk1](#)
+ [länk2](#)

P7: 6

ON - matris (ortogonalmatris)

Tips: bearbeta gärna exempel 6.11 på sid. 315.

Avsnitt: 6.2 + [länk](#)

B6:(sid.324): 26b, 27a, 28, 29,

Seminarium 25

Basbyte

Avsnitt: 8.1 + [länk](#)

Seminarium uppgifter och hemma uppgifter:

Tips: bearbeta gärna exempel 8.2 på sid. 374.

OBS: olika notationer

- i boken: P är beteckning för Basbytematris
- i uppgiftssamlingen: T är beteckning för Basbytematris (kallas även för Transformationmatris)
- alltså $P=T$

B6:(sid.324): 9

P7: 13, 16

Instuderingsuppgifter:

B8:(sid.404): 1, 3,4

B6: 27c, 32

Seminarium 26

Basbyten och linjära avbildningar

Avsnitt: 8.1 + 8.2 + [länk](#)

OBS: olika notationer

- i boken: P är beteckning för Basbytematris
- i uppgiftssamlingen: T är beteckning för Basbytematris (kallas även för Transformationmatris)
- alltså $P=T$
- ON - matris (ortogonalmatris)

Seminarium uppgifter och hemma uppgifter:

B8:(sid.404): 5,6,7

P7: 15, 19, 20, 21

Seminarium 27

Fort. Basbyten och linjära avbildningar

Avsnitt: 8.2 + [länk](#)

Seminarium uppgifter och hemma uppgifter:

P7: 20, 21, 22

B8:(sid.406): 8, 10, 9

obs: vinkeln i uppgiften

8.9 ska vara $\longrightarrow \frac{\pi}{2} = 90^\circ$

Seminarium 28

Polynomekvationer

Faktorsatsen

Polynomdivision

$$\begin{array}{r} 33 \\ 737 \overline{) 32} \\ -64 \\ \hline 97 \\ -96 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2x^2 + 3x + 9 \\ 2x^3 - 3x^2 + 0 \cdot x - 27 \overline{) x - 3} \\ -(2x^3 - 6x^2) \\ \hline 3x^2 + 0 \cdot x \\ -(3x^2 - 9x) \\ \hline 9x - 27 \\ -(9x - 27) \\ \hline 0 \end{array}$$

U: Utdrag ur analysboken [länk](#)

U: Uppgifter med mera [länk](#)

Seminarium 29

Egenvärden, egenvektorer

Avsnitt: 7.1- 7.2 + [länk](#)

Instuderingsuppgifter:

P8: 1, 2

Tips: bearbeta gärna exempel 7.8 på sid. 338,
 exempel 7.9 på sid. 339,
 exempel 7.10 på sid. 340,
 exempel 7.11 på sid. 340,
 exempel 7.12 på sid. 342

Seminarium uppgifter och hemma uppgifter:

P8: 3, 6, 7, 14, 16
 B7:(sid.359): 3, 4, 6, 13,

B7:(sid.359): 8, 22c

Seminarium 30

Spektralsatsen med mera...

Avsnitt: 7.3- 7.4 + [länk](#)

Instuderingsuppgifter:

P8: 9

Tips: bearbeta gärna exempel 7.14 på sid.345,
 exempel 7.15 på sid.345,
 exempel 7.16 på sid.346,
 exempel 7.17 på sid. 347

Seminarium uppgifter och hemma uppgifter:

B7:(sid.359): 14(A_2, A_3, A_5, A_7), 20,
 22a, b

B7:(sid.359): 8, 22c

Seminarium 31

Diagonalisering

Avsnitt: 8.3 + [länk](#)

Instuderingsuppgifter:

P8: 8

Tips: bearbeta gärna exempel 8.8 på sid. 382,
 exempel 8.15 på sid. 388,
 exempel 8.16 på sid. 389

Seminarium uppgifter och hemma uppgifter:

B8:(sid. 406): 13-14
 P8: 11, 14, 15
 P8: 12

Seminarium 32 Potenser av matriser
Kvadratiska former
Avsnitt: 8.4-8.5 + U
[länk](#)
Tips: bearbeta gärna exempel 8.13-14 på sid. 386

Seminarium uppgifter och hemma uppgifter: P8: 17, 18, 19
B8:(sid.406): 12

Den
6 december
kl.11.30-12.00

Vem vill ha bonuspoäng?



Info på Lisam

Seminarium 33 Andragradskurvor (cirkel, ellips, sfär, ellipsoid)
Avsnitt: 1.6.1-2 + U
[länk](#)
Tips: bearbeta gärna exempel 1.53 på sid. 75
exempel 1.54 på sid. 76
exempel 1.58 på sid. 82
exempel 1.59 på sid. 83-84
exempel 1.60 på sid. 84

Kvadratiska former. Avsnitt: 8.4-8.6

Tips: bearbeta gärna exempel 8.18 på sid. 390

Instuderingsuppgifter: P9: 1

Seminarium uppgifter och hemma uppgifter: P9: 3, 4, 6, 7, 8, 9
B8: (sid.407): 18, 20 a-c, 21, 22a

Seminarium 34 Värdemängden till kvadratiska former
Klassificering av kvadratiska former
Avsnitt: 8.7

Instuderingsuppgifter: P9: 2

Tips: bearbeta gärna exempel 8.20 på sid. 392,
exempel 8.21 på sid. 392,
exempel 8.22-8.28 på sid. 392-396

Seminarium uppgifter och hemma uppgifter: B8: (sid.408): 24, 26, 27, 25

Seminarium 35 Repetition
Ev. exempel enligt önskemål