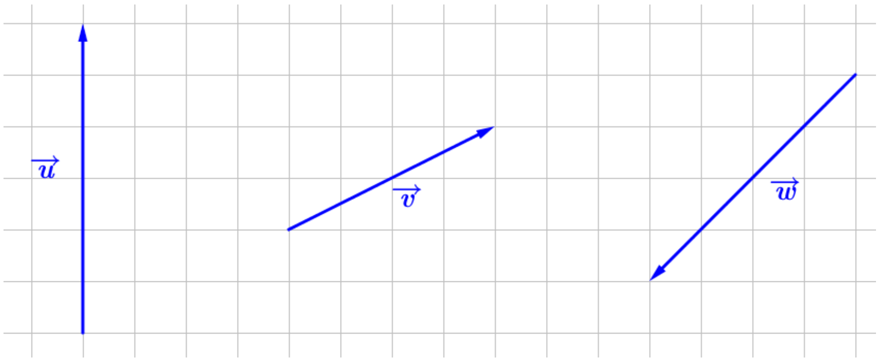
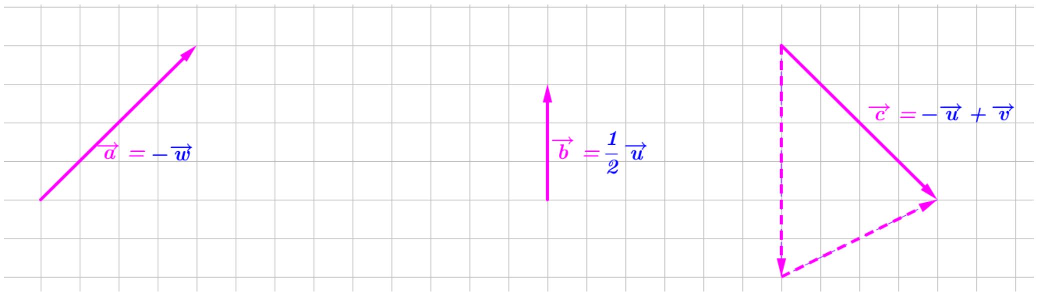
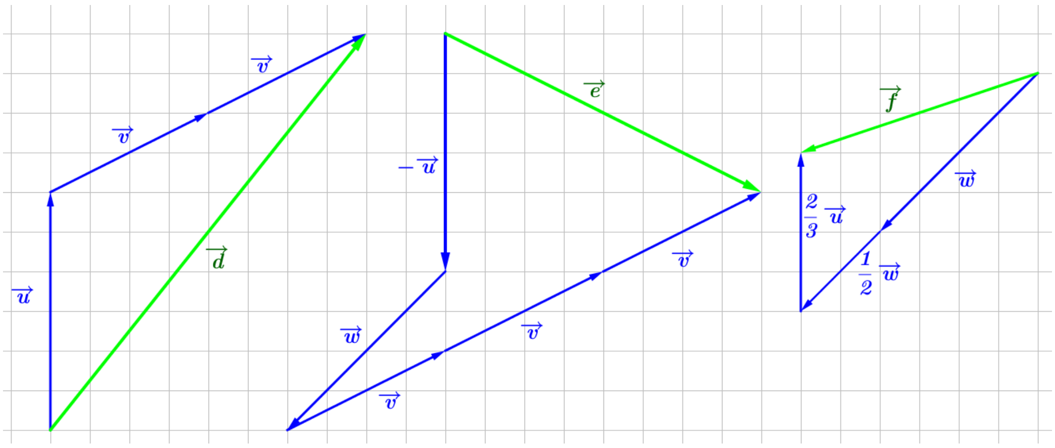
Svar: Vektorer



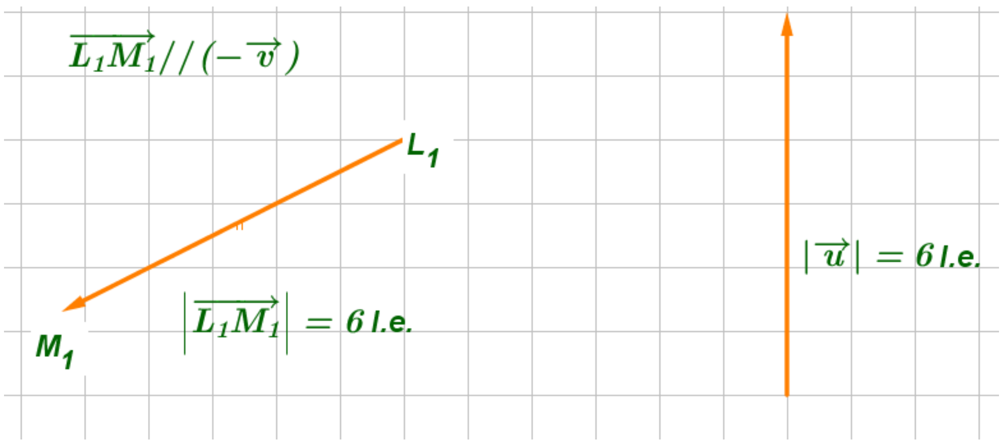
Svar 1:



Svar 2: där $\vec{d} = \vec{u} + 2\vec{v}$, $\vec{e} = -\vec{u} + \vec{w} + 3\vec{v}$, $\vec{f} = \frac{3}{2}\vec{w} + \frac{2}{3}\vec{u}$

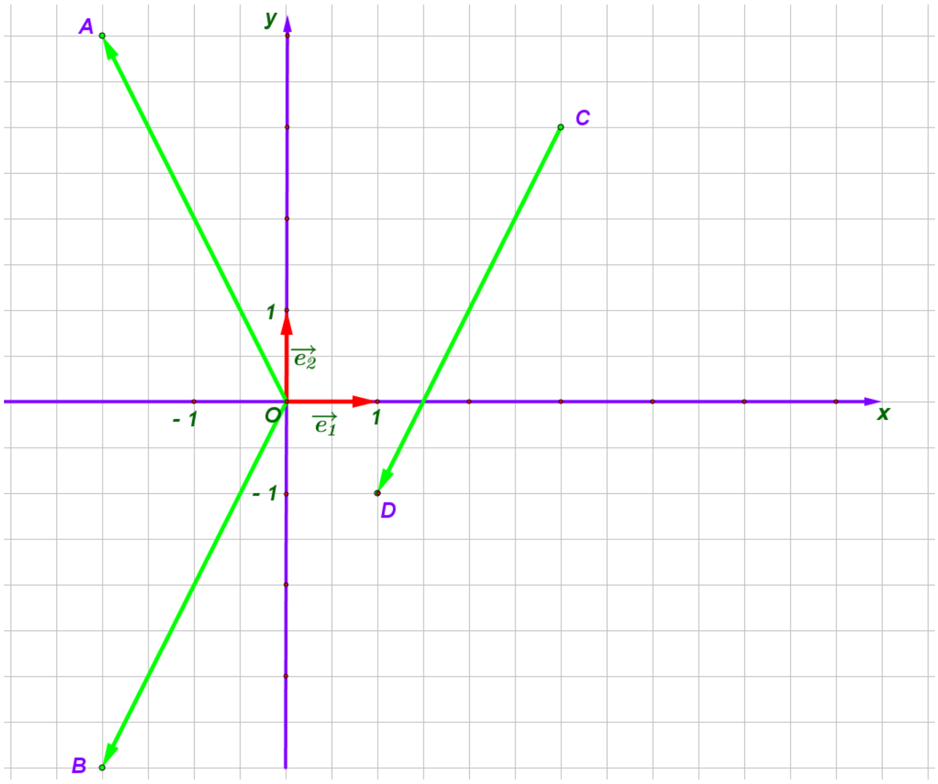


Svar 3:



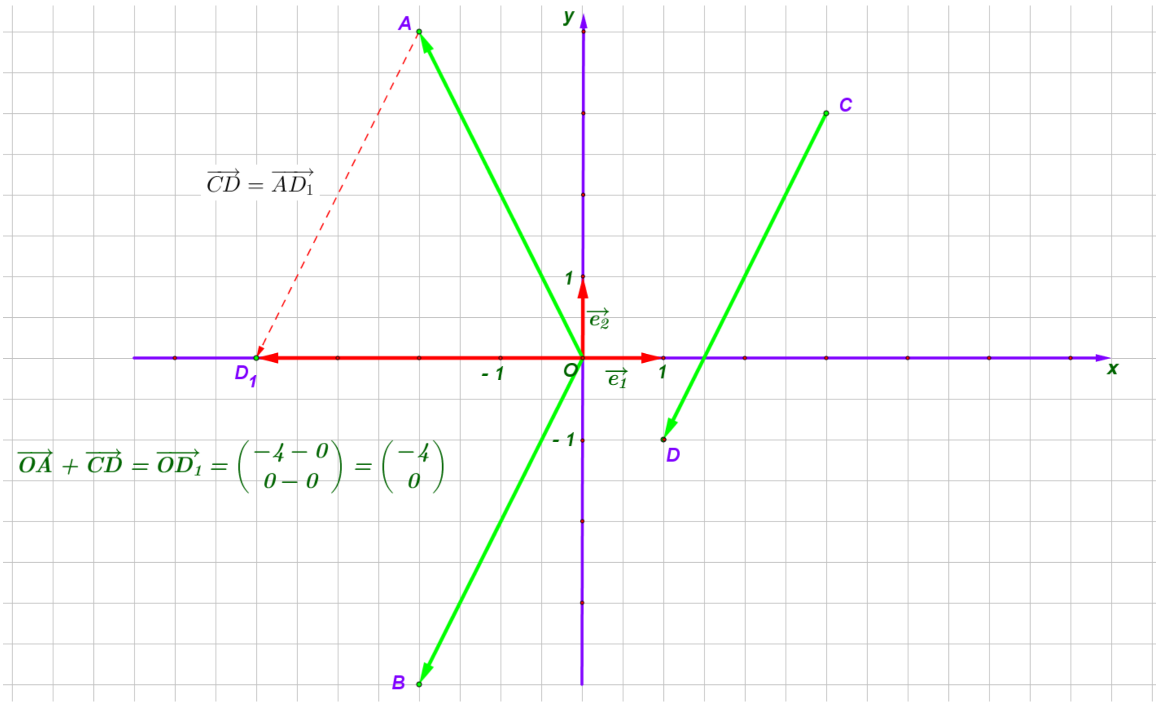
Svar: Vektorer

Svar: 4, 5, 6

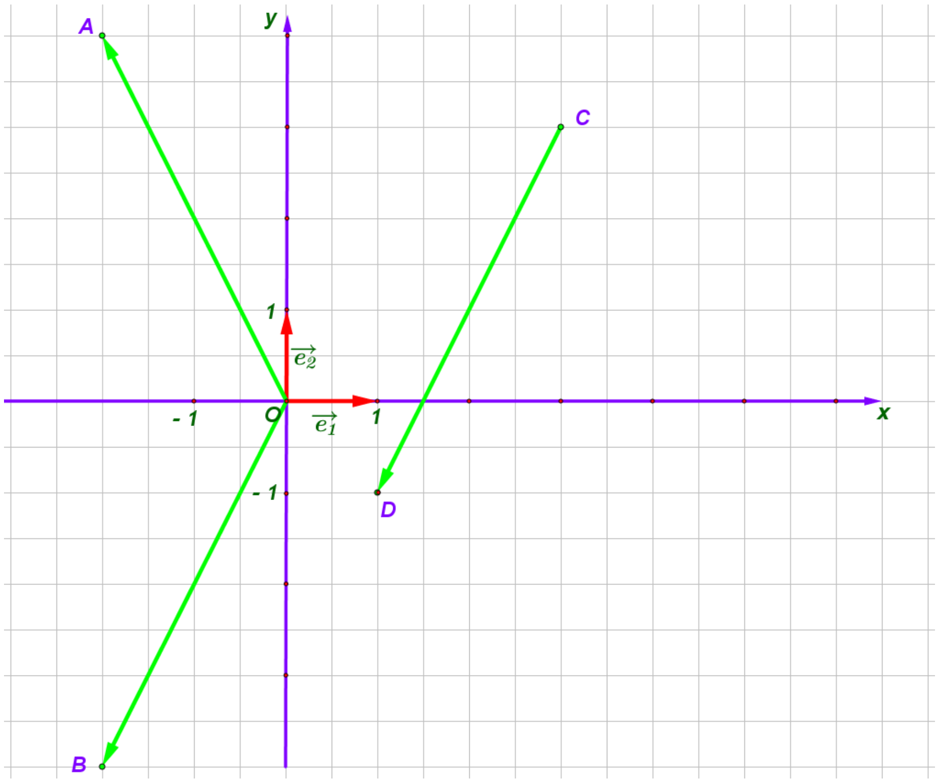


Svar 7: Den vektorn som fås är en ortsvektor $\overrightarrow{OD_1} = \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \end{pmatrix}$ från bilden.

OBS: $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1-3 \\ -1-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2+(-2) \\ 4+(-4) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \end{pmatrix}$



Svar 8: $\overrightarrow{0B} = \overrightarrow{CD}$ (OBS: vektorerna är lika, ty de har samma riktning och storlek).



Svar 9:

$$\vec{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow |\vec{e}_1| = \left|\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}\right| = \sqrt{1^2 + 0^2} = \sqrt{1} = 1 \text{ (kallas enhetsvektorn)}$$

$$\vec{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow |\vec{e}_2| = \left|\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}\right| = \sqrt{0^2 + 1^2} = \sqrt{1} = 1 \text{ (kallas enhetsvektorn)}$$

$$\overrightarrow{0A} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix} \Rightarrow \left|\overrightarrow{0A}\right| = \left|\begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}\right| = \sqrt{(-2)^2 + 4^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20} = \sqrt{4 \cdot 5} = \begin{bmatrix} \sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \\ bara\ om\ a \geq 0\ och\ b \geq 0 \end{bmatrix} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

$$\overrightarrow{0B} = \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \end{pmatrix} \Rightarrow \left|\overrightarrow{0B}\right| = \left|\begin{pmatrix} -2 \\ -4 \end{pmatrix}\right| = \sqrt{(-2)^2 + (-4)^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20} = \sqrt{4 \cdot 5} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

$$\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OC} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-3 \\ -1-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \left|\overrightarrow{CD}\right| = \left|\begin{pmatrix} -2 \\ -4 \end{pmatrix}\right| = \sqrt{(-2)^2 + (-4)^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20} = \sqrt{4 \cdot 5} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

Svar: Vektorer

$$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{OD_1}=\begin{pmatrix}-4\\0\end{pmatrix}\Rightarrow\left|\overrightarrow{OD_1}\right|=\left|\begin{pmatrix}-4\\0\end{pmatrix}\right|=\sqrt{(-4)^2+0^2}=\sqrt{16}=4$$

Svar: $\left|\vec{e}_1\right|=1$ l.e., $\left|\vec{e}_2\right|=1$ l.e., $\left|\overrightarrow{0A}\right|=2\sqrt{5}$ le., $\left|\overrightarrow{0B}\right|=2\sqrt{5}$ l.e., $\left|\overrightarrow{CD}\right|=2\sqrt{5}$ l.e., $\left|\overrightarrow{OD_1}\right|=4$ l.e.

Svar 10:

a. $\frac{1}{2}\left(\vec{a}+\vec{b}\right)$

b. $\frac{1}{(q+p)}\cdot(q\cdot\vec{v}_1+p\cdot\vec{v}_2)$

.

Kommentar: viktigt att tänka på att vektorerna kan multipliceras med en konstant men absolut inte divideras med en konstant. Titta gärna på vilka operationen är tillåtna bland annat i dina anteckningar från undervisningen.

Tips till uppgift 10 (steg efter steg):

a. $\vec{a}+\frac{1}{2}\left(\vec{b}-\vec{a}\right)=\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}-\frac{1}{2}\vec{a}=\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}=[\text{ faktorisera }]=\left(1-\frac{1}{2}\right)\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}=\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}=$

$=[\text{ faktorisera }]=\frac{1}{2}\left(\vec{a}+\vec{b}\right)$

b. $\frac{1}{2}\cdot(\vec{v}_1+\vec{v}_2)+\frac{p}{2(q+p)}\cdot(\vec{v}_2-\vec{v}_1)-\frac{q}{2(q+p)}\cdot(\vec{v}_2-\vec{v}_1)=\frac{1}{2}\vec{v}_1+\frac{1}{2}\vec{v}_2+$

$+\frac{p}{2(q+p)}\cdot\vec{v}_2-\frac{p}{2(q+p)}\cdot\vec{v}_1-\frac{q}{2(q+p)}\cdot\vec{v}_2+\frac{q}{2(q+p)}\cdot\vec{v}_1=$

$=\frac{1}{2}\vec{v}_1-\frac{p}{2(q+p)}\cdot\vec{v}_1+\frac{q}{2(q+p)}\cdot\vec{v}_1+\frac{1}{2}\vec{v}_2+\frac{p}{2(q+p)}\cdot\vec{v}_2-\frac{q}{2(q+p)}\cdot\vec{v}_2=[\text{ faktorisera }]=$

$=[$ obs: konstanten skrivs alltid före vektorn , $\frac{1}{2}\vec{v}_1\neq\vec{v}_1\frac{1}{2}$, $\vec{v}_1\frac{1}{2}$ är otillåten notation!!! $]=$

$=\left(\frac{1}{2}-\frac{p}{2(p+q)}+\frac{q}{2(p+q)}\right)\cdot\vec{v}_1+\left(\frac{1}{2}+\frac{p}{2(p+q)}-\frac{q}{2(p+q)}\right)\cdot\vec{v}_2=$

$=\frac{1}{2}\cdot\left(1-\frac{p}{(p+q)}+\frac{q}{(p+q)}\right)\cdot\vec{v}_1+\frac{1}{2}\cdot\left(1+\frac{p}{(p+q)}-\frac{q}{(p+q)}\right)\cdot\vec{v}_2=\left[obs:1=\frac{(p+q)}{(p+q)}\right]=$

$=\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{(p+q)-p+q}{(p+q)}\right)\cdot\vec{v}_1+\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{(p+q)+p-q}{(p+q)}\right)\cdot\vec{v}_2=\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{2q}{(p+q)}\right)\cdot\vec{v}_1+\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{2p}{(p+q)}\right)\cdot\vec{v}_2=$

$$= \frac{2}{2} \cdot \left(\frac{q}{(p+q)} \right) \cdot \vec{v}_1 + \frac{2}{2} \cdot \left(\frac{p}{(p+q)} \right) \cdot \vec{v}_2 = \frac{q}{(p+q)} \cdot \vec{v}_1 + \frac{p}{(p+q)} \cdot \vec{v}_2 = \frac{1}{(p+q)} \cdot q \cdot \vec{v}_1 + \frac{1}{(p+q)} \cdot p \cdot \vec{v}_2 =$$

$$= \frac{1}{(p+q)} \cdot \left(q \cdot \vec{v}_1 + p \cdot \vec{v}_2 \right)$$