

Facit 2023-08-21

1. svar: Avståndet är $\frac{\sqrt{6}}{2}$ l.e.

2. svar:

$$A^3 = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -4 \\ -2 & 3 & 8 \\ 2 & -2 & -4 \end{bmatrix}, \det A = 2, A^{-1} = \frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & -2 \end{bmatrix}.$$

3. svar: $X = -\frac{1}{4} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}$

4. svar: $D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$. Ja, t.ex. $P = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{2}{\sqrt{6}} & 0 & -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix}$.

5. svar: T.ex. $\vec{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{f}_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$. Koordinaterna för normalvektor i den nya

basen blir $\frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 0 \\ 6\sqrt{2} \\ 2\sqrt{3} \end{pmatrix}$.

6. svar:

a. $T = R \cdot P = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, där R är beteckning för avbildningsmatrisen för rotation och

P är beteckning för avbildningsmatrisen för projektion.

b. $T \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \left[\text{OBS: beteckningar! här multipliceras matriser och inte vektorer!} \right] = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 2 \end{bmatrix}$

c. Rotationen R är inverterbar men inte projektionen $P \Rightarrow T$ inte inverterbar!

(OBS! $\det T = 0$)

