Linköpings universitet
Matematiska institutionen
malgorzata wesolowska

Kurskod: 764G01
Provkod: TEN1

Tentamen i Linjär algebra

2023-08-21 kl 8-13

Inga hjälpmedel är tillåtna. Endast skrivmaterial (penna, suddgummi, passare, linjal) får användas.

Varje uppgift kan ge högst 3 poäng. För betyg G räcker 8 poäng, för betyg VG räcker 14 poäng. Om inget annat sägs är koordinater och vektorer givna i standardbasen.

Bonus får tillgodoräknas från kontrollskrivning 2023-02-13. Observera att denna bonus enbart gäller för betyget godkänd.

Skriv på omslaget hur många bonuspoäng du har. (B=1, B=2 eller B=3)

Skriv klart och tydligt och med så utförliga motiveringar att din tankegång är lätt att följa, steg för steg. Lösningarna skall vara och avslutade med ett svar (svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt).

För att markera hur den enskilda uppgiften bedömts ges poäng mellan 0 och 3. En lösning utan förklarande text kan aldrig ge mer än 2 poäng.
En lösning som innehåller något allvarligt fel i mer elementär matematik (som inte är uppenbart slarv) ger inte någon poäng alls (gäller även om uppgiften består av flera deluppgifter).

OBS! Inte korrekta beräkningar som kan kontrolleras betraktas inte som slarvfel.

Följ föreläsnings och lektions anteckningar! **inga** "färdiga" formler för avbildningar, avstånd osv. som inte tagits upp under kursens gång kan användas i så fall ska det tas fram först klart och tydligt med hjälp av lämplig figur. Rita alltid en figur!

Linköpings universitet
Matematiska institutionen
malgorzata wesolowska

Kurskod: 764G01
Provkod: TEN1

1. Låt L_1 vara linjen som går genom punkterna $P=(1,\,0,\,1)$ och $Q=(1,\;2,\;3)$ och låt L_2 vara den linje genom $R=(2,\;1,\,1)$ som är parallell med L_1. Bestäm kortaste avståndet mellan L_1 och L_2. (Obs:inga färdiga formler är av intresse, utgå från en figur med tydliga beteckningar som du hänvisar till vid beräkningar)

2. Låt

$$A=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & -4 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Bestäm A^3, determinanten av A samt inversen av A om den finns.

3. Bestäm matrisen X så att $B^{-1}+A^{-1}=BXA$, där

$$A=\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$$

4. Låt

$$A=\begin{bmatrix} 5 & -2 & -1 \\ -2 & 2 & -2 \\ -1 & -2 & 5 \end{bmatrix}$$

Bestäm en diagonalmatris D och en inverterbar matris P så att $A=PDP^{-1}$.
Går det att hitta P så att $A=PDP^t$?

5. Bestäm en ny ON-bas $\{\vec{f}_1,\vec{f}_2,\vec{f}_3\}$ för rummet, sådant att vektor $\vec{f}_1$ är parallell med skärningslinjen mellan planen $x_1+x_2+x_3=0$ och $x_1+2x_2+3x_3=0$, och vektorn $\vec{f}_2$ är ortogonal mot planet $x_1+x_2+x_3=0$. Ange därefter koordinaterna för normalvektor till planet $x_1+2x_2+3x_3=0$ i den nya basen.

6. Avbildningen T består av projektion på xz-planet, följd av rotation vinkeln 135° moturs kring z - axeln. (obs:inga färdiga formler är av intresse, utgå från en figur med tydliga beteckningar som du hänvisar till vid beräkningar)

   a. finn avbildningsmatrisen för T

   b. finn bilden av vektorn $(1,\,1,\,2)$ under T

   c. avgör, huruvida T är inverterbar

lycka till !