Linköpings universitet
Matematiska institutionen
malgorzata wesolowska

Kurskod: 764G01
Provkod: KTR1

Facit

2017-02-13, kl. 8-12

Om inget annat sägs är koordinater och vektorer givna i standardbasen.

1. I triangeln ABC har två hörn koordinater $A=(1,1,1)$ och $B=(0,1,3)$. Vidare är M mittpunkt på AC med koordinater $M=\left(-\frac{3}{2},\frac{5}{2},\frac{1}{2}\right)$. Bestäm vinkeln ABC.

Svar: $vinkeln\ ABC = \arccos\left(\frac{2}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{34}}\right)$

2. Vektorn $\vec{u}$ har samma riktning som vektorn $\overrightarrow{P_1P_2}$, där $P_1=(1,0,2)$ och $P_2=(3,-1,4)$. Vidare så är $|\vec{u}|=5$. Bestäm $\vec{u}$.

Svar: $\vec{u}=\frac{5}{3}\begin{pmatrix}2\\-1\\2\end{pmatrix}$

3. Låt $A=\begin{bmatrix}1 & -2\\-2 & 4\end{bmatrix}$. Bestäm λ så att matrisen $(A-\lambda\cdot I)$ saknar invers. Kontrollera att ditt svar verkligen saknar invers. (OBS! λ är ett tal och I är enhetsmatris)

Svar: Matrisen $(A-\lambda\cdot I)$ saknar invers för $\lambda=0$ eller $\lambda=5$.

4. Låt π vara planet $x+2y+az-2=0$ där a är en konstant.

a) Ange a så att π är vinkelrät mot planet $2x-3y+z+6=0$.

b) Ange a så att linjen $\begin{cases}x=1-4t\\y=1+t\\z=-1+2t\end{cases}$ ligger i π.

Svar: a) $a=4$

b) $a=1$

5. Låt $\vec{u} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ och $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Dela upp $\vec{u}$ så att $\vec{u} = \vec{u}_{/\!/} + \vec{u}_{\perp}$ där $\vec{u}_{/\!/}$ är parallell med $\vec{v}$ och $\vec{u}_{\perp}$ är ortogonal mot $\vec{v}$.

Svar: $\vec{u}_{/\!/} = -\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ och $\vec{u}_{\perp} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} -5 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$

6. Antag att F är ortogonalprojektion på linjen $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$.

a) Beräkna F:s avbildningsmatris A, t.ex. genom att bestämma basvektorernas bilder med hjälp av projektionsformeln. Kontrollera att en vektor parallell med linjen och att två ej parallella vektorer ortogonala mot linjen avbildas som avsett.

b) Använd a) till att beräkna avståndet mellan punkten $(2, 1, 2)$ och linjen.

Svar:

a) $A = \frac{1}{5}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 4 \end{bmatrix}$

b) $avståndet = \frac{3\sqrt{5}}{5} \quad l.e.$