

Kontrollskrivning i 764G01 Linjär Algebra
2019-02-13, kl. 14-18

Varje uppgift bedöms med 0 - 3 poäng. Totalt 6/10/14 poäng berättigar till 1/2/3 bonuspoäng på tentamen. Rätten att tillgodoräkna sig bonuspoäng på kommande tentamina består i 11 månader. Observera att denna bonus enbart gäller för betyget godkänd.

Inga hjälpmedel. Ej räknedosa. För full poäng krävs att lösningarna är fullständiga, väl motiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar.

Om inget annat sägs är koordinater och vektorer givna i standardbasen.

1. Låt $\vec{u} = (3, 1, -2)$ och $\vec{v} = (1, -3, 4)$. Beräkna $\vec{u} \cdot \vec{v}$ och bestäm en vektor \vec{w} som är vinkelrät mot både \vec{u} och \vec{v} samt uppfyller villkoret $|\vec{w}| = 1$.

2. Betrakta de två linjerna $l_1: \begin{cases} x=1-s \\ y=3-s \\ z=2+s \end{cases}$ och $l_2: \begin{cases} x=2+t \\ y=3+2t \\ z=1-t \end{cases}$ samt

- a) avgör om linjerna skär varandra (och om så är fallet ange då även koordinaterna för skärningspunkten)
- b) bestäm ekvationen på parameterfri form (normalform) för det plan π som innehåller de båda linjerna

3. Lös ekvationen $2X - B^{-1} = AX + 2C$,

där $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ och $C = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$.

4. Bestäm avståndet mellan båda linjerna

$$l_1: \begin{cases} x = -1 - 2s \\ y = -3 - s \\ z = s \end{cases} \quad \text{och} \quad l_2: \begin{cases} x = 4 + t \\ y = 2 + 5t \\ z = 3 + t \end{cases} \quad \text{där } t, s \in \mathbb{R}.$$

vänd \longrightarrow

5. För en linjär avbildning F gäller följande:

$$\begin{cases} F(\vec{e}_1) = 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3 \\ F(2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3) = -\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 \\ F(\vec{e}_1 + 3\vec{e}_3) = 3\vec{e}_1 - 4\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3 \end{cases}$$

Bestäm avbildningens matris A .

6. Låt F vara spegling i planet $x + 2y - z = 0$.

- a) Beräkna F 's avbildningsmatris A . Kontrollera att planets normal samt en vektor i planet avbildas som det ska. **Utgå** ifrån en bild med tydliga beteckningar!

- b) Använd a) till att beräkna vinkeln mellan vektorn $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ och dess spegelbild.

Lycka till

