

$$A^2X - B = AX - C$$

$$A^2X - AX = B - C$$

$$(A^2 - A)X = B - C$$

$$(A \cdot A - I \cdot A)X = B - C$$

$$(A - I)AX = B - C$$

om $M = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ och $\det M \neq 0$ blir $M^{-1} = \frac{1}{\det A} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

om $(A - I)$ och A har invers, alltså om $\det(A - I) \neq 0$
och $\det A \neq 0$

så kan man fortsätta skriva om ekvationen på följande sätt:

$$\underbrace{(A - I)^{-1}}_{=I} (A - I) \cdot AX = (A - I)^{-1} (B - C)$$

$$\underbrace{I}_{=A} AX = (A - I)^{-1} (B - C)$$

$$AX = (A - I)^{-1} (B - C)$$

$$\underbrace{A^{-1}}_{=I} \cdot AX = A^{-1} (A - I)^{-1} (B - C)$$

$$\underbrace{I}_{=X} X = A^{-1} (A - I)^{-1} (B - C)$$

$$\boxed{X = A^{-1} (A - I)^{-1} (B - C)}$$

obs: notationen!

$$\det A = \det \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 2 \cdot 2 - 1 \cdot (-2) = 4 + 2 = 6 \neq 0$$

$$\text{då blir } A^{-1} = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \det(A-I) &= \det \left(\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right) = \det \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot 1 - 1 \cdot (-2) = \\ &= 1 + 2 = 3 \neq 0 \end{aligned}$$

$$\text{då blir } (A-I)^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Alltså } X = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \left(\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \right) =$$

$$= \frac{1}{18} \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 5 & -3 \end{bmatrix} = \frac{1}{18} \begin{bmatrix} 2-2 & 4+2 \\ -2+2 & -2+2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 5 & -3 \end{bmatrix} = \frac{1}{18} \begin{bmatrix} 0 & 6 \\ -3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 5 & -3 \end{bmatrix} =$$

$$= \frac{1}{18} \cdot 3 \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 5 & -3 \end{bmatrix} = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 0+10 & 0-6 \\ -2+0 & 4+0 \end{bmatrix} = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 10 & -6 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} = \frac{1}{6} \cdot 2 \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} =$$

$$= \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

obs! svaret kan alltid kontrolleras genom att rätta

$$X \text{ i } A^2X - B = AX - C.$$

$$\text{Svar: } X = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$