

Kontrollskrivning i 764G01 Linjär Algebra 2022-02-14, kl. 14-18

Varje uppgift bedöms med 0 - 3 poäng. Totalt 6/10/14 poäng berättigar till 1/2/3 bonuspoäng på tentamen. Rätten att tillgodoräkna sig bonuspoäng på kommande tentamina består i 11 månader. Observera att denna bonus enbart gäller för betyget godkänd.

Inga hjälpmedel. Ej räknedosa. För full poäng krävs att lösningarna är fullständiga, väl motiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar.

Om inget annat sägs är koordinater och vektorer givna i standardbasen.

1. Låt

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ -1 & 2 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, D = [1 \ 2], E = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Lös matrisekvationen $ABX = E - CDX$.

2. Låt skärningspunkten mellan linjen $l: (x, y, z) = (t, t, t)$ och planet $\Pi: x + y + z = 1$ vara P , skärningspunkterna mellan Π och x -, y -, respektive z -axeln vara A , B respektive C . Bestäm vinklarna mellan \overrightarrow{PA} , \overrightarrow{PB} , \overrightarrow{PC} . Motivera nog!
3. Ange (det kortaste) avståndet mellan punkten $(2, 1, 0)$ och den linje som innehåller punkterna $(2, -1, 8)$ och $(-1, -4, -1)$. Motivera nog!

4. Lös ekvationssystemet
$$\begin{cases} y + 2z - w = 0 \\ x + 2y + 3z = 0 \\ x - z + 2w = 0 \end{cases}.$$

5. Betrakta en parallelogram $ABCD$ (hörnen ordnade moturs). Låt E vara mittpunkten på sidan BC och låt F vara mittpunkten på sidan CD . Rita figur!

- a. Uttryck vektorerna \overrightarrow{AE} och \overrightarrow{AF} med hjälp av vektorerna \overrightarrow{AB} och \overrightarrow{AD} alltså i basen $\{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}\}$. Motivera nog! (1p)
- b. Vad är förhållandet mellan triangeln AEF 's area och hela $ABCD$'s area? Resonemanget måste vara tillämpligt på vilken parallelogram som helst. Motivera nog!

Vänd \longrightarrow

6. Låt F vara spegling i planet $x + y - z = 0$.

a. Ange F 's avbildningsmatris A . Kontrollera att planets normal samt två icke parallella vektorer i planet avbildas som det ska. Utgå från en figur med tydliga beteckningar. Motivera noga. (2p)

b. Använd a) till att beräkna vinkeln mellan vektorn $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ och dess spegelbild.

Lycka till

