

Kontrollskrivning i 764G01 Linjär Algebra 2023-02-13, kl. 14-18

Varje uppgift bedöms med 0 - 3 poäng. Totalt 6/10/14 poäng berättigar till 1/2/3 bonuspoäng på tentamen. Rätten att tillgodoräkna sig bonuspoäng på kommande tentamina består i 11 månader. Observera att denna bonus enbart gäller för betyget godkänd.

Inga hjälpmedel är tillåtna. Endast skrivmaterial (penna, suddgummi, passare, linjal) får användas. För full poäng krävs att lösningarna är fullständiga, väl motiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar.

Om inget annat sägs är koordinater och vektorer givna i standardbasen.

1. Låt

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ -1 & 2 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, D = [1 \quad 2], E = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Lös matrisekvationen $E - ABX = CDX$. (OBS: alla beräkningar skall vara synliga).

2.

- Redogör för projektionsformeln. (Utgå ifrån figur med tydliga beteckningar.) (1p)
- Bestäm projektionen av \vec{v} på vektorn \vec{u} , uttryckt i \vec{u} , om $|\vec{u}| = 3$, $|\vec{v}| = 4$ och vinkeln mellan dem är 60° .

3. Betrakta planet som innehåller de tre punkterna $A = (1, 1, 1)$, $B = (0, 5, 0)$ och $C = (6, 2, -1)$.

- Bestäm planets ekvation på normalform.
- Bestäm det minsta avståndet från punkten $P = (0, -1, 1)$ till planet. Utgå ifrån figur med tydliga beteckningar. Motivera noga.
- Bestäm punkten i planet där det minsta avståndet i b. antas.

Obs: Motivera noga!

4. Beräkna vinkeln mellan linjen $l: (x, y, z) = (3, 2, 1) + t(1, 0, 1)$ och planet $x + y + 3 = 0$. Utgå ifrån figur med tydliga beteckningar. Motivera noga.

5. Betrakta en parallelogram $ABCD$ (hörnen ordnade moturs). Rita figur!

a. Uttryck vektorerna \overrightarrow{AB} och \overrightarrow{AD} med hjälp av vektorerna \overrightarrow{AC} och \overrightarrow{DB} alltså i basen $\{\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{DB}\}$. Motivera nog! (1p)

b. Bestäm arean av parallelogram som har diagonalvektorerna $\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ och

$$\overrightarrow{DB} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}. \text{ Motivera nog!}$$

6. Matrisen A som representerar en spegling i en linje genom origo avbildar basvektor

$$\vec{e}_y = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ på vektorn } \begin{pmatrix} 4/5 \\ -3/5 \end{pmatrix}.$$

a) Bestäm ekvationen för speglinglinjen på normalform.

Tips: Utgå ifrån figur med tydliga beteckningar. Motivera nog.

b) Bestäm avbildningens matris A .

Lycka till

