

Att tänka på : kommentarer efter skrivningen

Markera behandlade uppgifter med X/Mark tasks

X här/here	1	2	3	4	5	6	7	8
Erhållna poäng	1	2	3	4				

1. Skriv AID-nummer, datum, utb.kod, modul på varje blad som lämnas in/
number, date, edu.code and module on every sheet that is handed in
2. På varje papper får högst en uppgift lösas om inget annat anges/ **!!!**
Maximum one task per sheet unless otherwise instructed
3. Skriv endast på papprets ena sida om inget annat anges/
Use only one side of each sheet unless otherwise instructed

- Anvisningar/Instructions**
1. Skriv AID-nummer, datum, utb.kod, modul på varje blad som lämnas in/
Write AID number, date, edu.code and module on every sheet that is handed in
 2. På varje papper får högst en uppgift lösas om inget annat anges/
Maximum one task per sheet unless otherwise instructed
 3. Skriv endast på papprets ena sida om inget annat anges/
Use only one side of each sheet unless otherwise instructed

?
 $\pi \text{ (c)} : x + 2y - z = 3$
 $\pi \text{ (c)} : x + 2y - z - 3 = 0$

OBS: en ekvation har bara ett "lika med" tecken
 "Pi" är bara beteckning för ett plan och inget annat

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} \vec{u}_x \\ \vec{u}_y \\ \vec{u}_z \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} \vec{v}_x \\ \vec{v}_y \\ \vec{v}_z \end{pmatrix}, \quad t, s \in \mathbb{R}$$

är vektorer

OBS: grovt fel här, koordinaterna för vektorer är inga vektorer utan reella tal.

VL = HL OKS

V: kan också kontrollera genom att kolla om $\vec{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ är ortogonal mot både \vec{u} och \vec{v} .

Alltså att $\vec{v} \times \vec{u} = \vec{n}$ $\vec{v} \times \vec{u} \parallel \vec{n}$ alltså $\vec{v} \times \vec{u} = k \cdot \vec{n}$

OBS: en vektorprodukt är inte alltid lika med given normal! Dock är den **alltid** parallell med en normal till planet som spänns av vektorerna u och v.

Att tänka på : kommentarer efter skrivningen

rationen stämmer!

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \underline{s, t \in \mathbb{R}}$$

OBS: man måste alltid ange åtminstone i svaret att parametrerna i detta fall s och t tillhör reella tal.

...
 att hitta en riktningvektor i planet
 - att $\vec{n} \perp \vec{v}$.

OBS: ett plan har **ingen** riktningvektor!

Bara en linje har en riktningvektor!

Svar: Planet's ekvation på parameterform blir då följande

$$\Pi: \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ -5 \end{pmatrix}, \quad t, s \in \mathbb{R}$$

g definition för ett plan!

OBS: understruket är ett uttryck! Alltså **ingen** ekvation. En ekvation har både vänster- och högerled om "lika med" tecken. Vad saknas?

JA! Vänster led och "lika med" tecken, där vänster led ska innehålla koordinater för en godtyckligt **PUNKT** i planet. Hänvisas gärna till föreläsningens anteckningar t.ex.

$$= |\vec{u}| |\vec{v}| \cos \alpha$$

$$|\vec{v}| = 3 \text{ i.e.}$$

g triangel ger oss $\alpha = 60^\circ$

$$\cos \alpha \Rightarrow |3| |3| \cos 60 \Rightarrow \sqrt{3}^2 \cdot \sqrt{3}^2 \cdot \frac{1}{2} = 9$$

måste anges!
 60 betyder radianer...
 eller grader!?

OBS: notationen är av intresse! Utan beteckning för grader jobbar man med **radianer** som är en annan enhet för vinklar.

Som betecknas

$$60 \text{ radianer} = 60 \text{ rad} = 60$$

man skriver sällan 60 rad, ty om det är grader så framgår det tydligt från beteckningen

I detta fall är 60 ca 3438°.

Att tänka på : kommentarer efter skrivningen

b) $(\vec{u} + 2\vec{v}) \cdot (2\vec{u} - \vec{v}) = |\vec{u} + 2\vec{v}| |2\vec{u} - \vec{v}| \cos \alpha$
 $|\vec{u}| = |\vec{v}| = 3 \text{ l.e.}$
Liksidig triangel ger oss $\alpha = 60$.
 ~~$|3 + 2 \cdot 3| |2 \cdot 3 - 3| \cos 60 \Rightarrow \sqrt{3^2 + 6^2}$~~
 $= \sqrt{45} \cdot \sqrt{45} \cdot 1 = 45$

OBS: grova fel här, en vektor är inte en längd.

Man gör insättningen för respektive vektor med ett reellt tal som är inte korrekt.

Ev vektor har storlek och riktning och betecknas

En längd av en vektor har beteckningen och är ett tal större eller lika med noll med enheten l.e. om inte annat anges.

Vidare anges vinkeln i radianer och ytterligare felet är att cosinus för om det nu var tänkt för 60 grader är inte korrekt.

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| |\vec{v}| \cdot \cos(\alpha)$$

$\vec{u} \cdot \vec{v} = 3^2 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} ?$
 $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1 ?$
Svar: 1 l.e.

OBS: grova fel här.

- Cosinus värdet är inte korrekt.
- Produkten är inte heller korrekt förenklad.
- Skalärprodukt har ingen enhet
- Skalärprodukt är inte en längd
- Vad är en skalärprodukt?
- Hänvisas till teorin

Att tänka på : kommentarer efter skrivningen

$$\vec{u} = 3 \text{ l.e.} \quad \vec{v} = 3 \text{ l.e.}$$
$$\vec{u} \cdot \vec{v} = (3) \cdot (3) = 9 \text{ l.e.}$$

OBS: grova fel här.

- En vektor är en vektor och inte en längd
- Skalärprodukten är definierad för vektorer och har inte med multiplikationen mellan två reella tal att göra!
- En skalärprodukt har ingen enhet
- Hänvisas till teorin.

Räknar ut c^2 först

$$c^2 = \begin{bmatrix} 2 & -2 \end{bmatrix}^2 = \begin{bmatrix} 4 & 4 \end{bmatrix} ?$$

OBS: grovt fel här.

- Absolut ingen räkneoperationen som är korrekt.

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos \alpha = 3 \cdot 3 \cdot \cos 60^\circ = 9$$
$$(\vec{u} + 2\vec{v}) \cdot (2\vec{u} - \vec{v}) = |\vec{u} + 2\vec{v}| \cdot |2\vec{u} - \vec{v}| \cdot \cos \alpha =$$
~~$$(|\vec{u}| + 2|\vec{v}|) \cdot (2|\vec{u}| - |\vec{v}|) \cdot \cos \alpha = (3 + 6) \cdot (6 - 3)$$~~

OBS: grova fel här.

- Inte korrekt omskrivning! En vektor kan inte plötsligt bli en längd.

$$\vec{u} = \vec{v} = 3 \text{ l.e.} ?$$

OBS: grova fel här.

- En vektor är en vektor och inte en längd

Att tänka på : kommentarer efter skrivningen

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 + 3t \\ z = 4 - t \end{cases}$$
 är linjen i parameterform - jag sätter det i planet's ekvation för att se

OBS: för att de tre ekvationer ska betraktas som en ekvation för en linje måste "klammer" alltid anges, grundläggande.

Utan "klammer" har man bara tre oberoende av varandra ekvationer och inget annat.

Glöm ej att ange att parametern t tillhör reella tal här

Följ alltid anteckningar från föreläsningar, lektioner. Litteraturen osv.

Uppgift 3
Bestäm ortogonalprojektion av linjen $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ i planet $x + y + z = 5$. Beräkna också avståndet mellan punkten $(1, 3, 4)$ och planet

Lösning
• Eftersom planets normalvektor $\vec{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ inte är lika med linjens riktningsvektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ vet vi att linjen inte är ortogonal mot planet

red menar du? ... inte sant!!! du bör

OBS: formuleringen är inte korrekt.

Det hela har inget med likheten att göra.

Linjen är inte ortogonal mot planet ty skalärprodukten mellan planets normal och linjens riktningsvektor är inte lika med noll.

Om vektorerna skulle vara lika då skulle de ha samma riktning och storlek och detta är inte av intresse här!

Om vektorerna skulle vara parallella då skulle man säga att linjen är ortogonal mot planet trots att "likheten" behöver ej gälla!

Vad menas med att vektorerna är parallella?

Hänvisas till FÖ1 bland annat.

Att tänka på : kommentarer efter skrivningen

Projektionsformel: $\frac{\vec{v} \cdot \vec{n}}{\vec{n} \cdot \vec{n}} \vec{n} = ?$

inte!!! liksom-tecken och höger led saknas!

$\vec{v} = \vec{v}_{//n} + \vec{v}_{\perp n}$ $\vec{v} = \vec{v}_{//n} = \frac{v}{n} \vec{n}$

vad händer här? framgår inte!

$? = \begin{pmatrix} 4/3 \\ 2/3 \\ -3/3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4/3 \\ 4/3 \\ 4/3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2/3 \\ -2/3 \\ -7/3 \end{pmatrix}$

$? = \frac{\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{4}{3} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

med minskar och pi ??? framgår inte!

OBS: Projektionsformeln är inte korrekt angiven

Projektionsformeln har både vänster och högerled om "lika med tecken" annars är det absolut ingen formel utan ett "uttryck".

OBS: det ska framgå tydligt vad är vad och varför vid redovisningen.

Normalen till planet fås ur ekvationen som $\vec{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. En riktningsvektor till planet, \vec{v} , fås från $\vec{n} \cdot \vec{v} = 0$. Vi väljer $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

~~Ett plan har ingen riktningsvektor!~~

OBS: ett plan har ingen riktningsvektor!

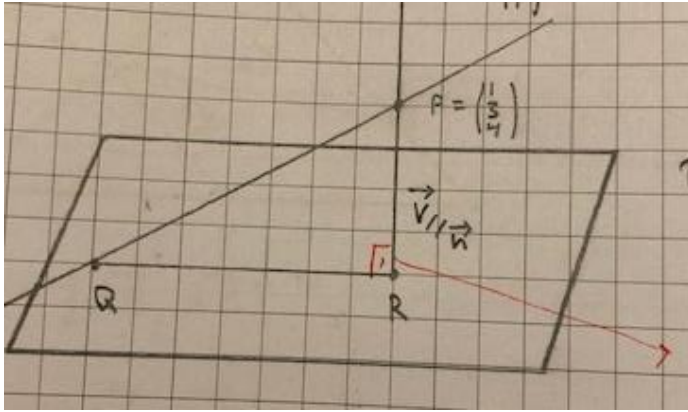
En linje har en riktningsvektor.

$\vec{n} \perp \vec{v} = 0$, där \vec{v} = vektor.

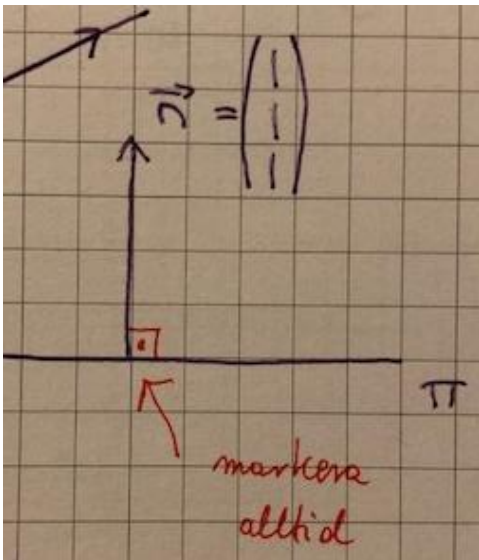
$\vec{n} \perp \vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$

OBS: markerad med röd penna är absolut ingen ekvation, sambandet existerar inte

Att tänka på : kommentarer efter skrivningen



OBS: ha en vana att alltid markera 90°



$$\frac{\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{3} = \frac{3}{3} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \sqrt{1^2+1^2+1^2} = \sqrt{3}$$

svor: $d = \sqrt{3}$ L.e

OBS: fortsättning på omskrivning är inte korrekt här (grovt fel).
 Man påstår här att en vektor är lika med en längd.
 Observera även att beteckningen för längd enheter skriv med små bokstäver som l.e.

$$\text{Det } C = ad - bc \neq 0 = 6$$

OBS: i denna redovisning framgick ingenstans vad respektive a,b,c och d är.
 Bokstäverna dyker upp utan att man kan relatera till de.
 Vill man hänvisa till bokstäverna bör man ange först hur A är definierad mha bokstäverna.

Att tänka på : kommentarer efter skrivningen

$$A - CX = B - C^2 X$$
$$~~A C^{-1} C C^{-1} X = B C^{-1} - C^2 C^{-1} X~~$$

OBS: överstruken ekvation med röd är inte korrekt, man följer inte räknelagarna.

Man bör konsekvent multiplicera med inversen till C (om den existerar så klart) på respektive vänster sida av varje term.

Korrekt omskrivning i detta fall är:

$$C^{-1}A - C^{-1}CX = C^{-1}B - C^{-1}C^2 X$$

och vidare i så fall

$$C^{-1}A - IX = C^{-1}B - C^{-1}C CX$$

$$C^{-1}A - X = C^{-1}B - ICX$$

$$C^{-1}A - X = C^{-1}B - CX \text{ osv.}$$

$$X^{-1}_{2 \times 2} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

OBS! Formeln är inte av intresse om den inte relateras till hur matrisen X är definierad!

OBS: i denna redovisning framgick ingenstans vad respektive a, b, c och d är.

Alltså även formel är inte alls av intresse här.

Bokstäverna dyker upp utan att man kan relatera till de.

Vill man hänvisa till bokstäverna och formeln för inversen av matris X generellt så bör man ange först hur X är definierad mha bokstäverna.

Man bör även ange att nämnaren som bör anges som $\det X$ måste (så klart) vara skilt från 0, ty division med 0 är inte definierad.

$$A - CX = B - C^2 X \Rightarrow$$
$$-CX + C^2 X = B - A \Rightarrow$$
$$X(-CI + C^2 I) = B - A \Rightarrow$$
$$X = (-CI + C^2 I)^{-1} (B - A)$$

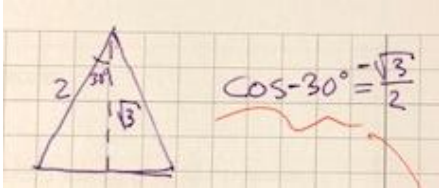
OBS: i denna redovisning följer man inte givna räknelagar för matriser. (man måste läsa på)

Obs: att X finns på respektive högersida av respektive term på vänster sida av "lika med" tecken.

Vill man bryta ut X så måste den finnas fortfarande på höger sida i vänstra ledet. Korrekt:

$$(-C + C^2)X = B - A$$

Att tänka på : kommentarer efter skrivningen



OBS:

Vad kan betyda $\cos - 30^\circ$?

Det ser ut som om man substraherar 30° från ordet \cos .

Alltså uttrycket har ingen matematisk innebörd.

Korrekt bör anges att vi söker cosinus värdet för den negativa vinkel som är (-30°) alltså man söker $\cos(-30^\circ)$.

Vidare så är angivet värde inte korrekt.

$$\cos(-30^\circ) = \cos(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Kan bara hänvisa till att jobba både med speciella trianglar och enhetscirkeln för större förståelse.

Kommentar: hur ska man tänka om man ska leta efter ortogonalprojektion av en given linje på ett givet plan?

- Tag en penna och håll den i luften
- Tänk på att pennan ska föreställa en linje som sträcker sig i all oändlighet
- Vad bildar ortogonalprojektion av varje punkt på linjen på ett plan?



- Ja, ortogonalprojektion av en linje på ett plan blir alltså en linje också (i given uppgift på skrivningen)
- Om given linjen skulle vara ortogonal mot planet, alltså linjens riktningsvektorn är parallell med planets normal då skulle ortogonalprojektion av denna linje i ett plan blir bara en nollvektorn alltså en punkt. Tänk på "skuggan" av en sådan linje då "lampans strållar" är riktade mot planet precis "ovanför" en sådan linje (abstrakt tanke då en linje sträcker sig så klart i all oändlighet)

Att tänka på : kommentarer efter skrivningen