Linköpings universitet
Matematiska institutionen
malgorzata wesolowska

Kurskod: 764G01
Provkod: TEN1

Facit

2018-04-20

1. Låt den linjära avbildningen F ha avbildningsmatrisen $A=\begin{bmatrix}5 & 2 & 4\\ 2 & 8 & -2\\ 4 & -2 & 5\end{bmatrix}$. Bestäm

   a) $F(\vec{u})$ om $\vec{u}=\vec{e}_1-\vec{e}_2$ **Svar:** $F(\vec{u})=3\vec{e}_1-6\vec{e}_2+6\vec{e}_3$

   b) vinkeln mellan $\vec{u}$ och $F(\vec{u})$ **Svar:** $\varphi=\frac{\pi}{4}$

   c) arean av parallellogrammen som spänns upp av $\vec{u}$ och $F(\vec{u})$ **Svar:** $A=9$ a.e.

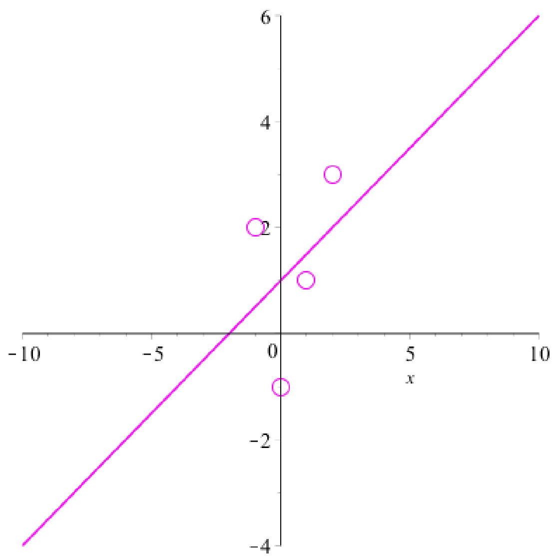
2. Bestäm avståndet mellan linjerna

$$\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\ 2\\ 2\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}1\\ 0\\ -1\end{pmatrix},\quad \begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\ 0\\ 1\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}-2\\ 0\\ 2\end{pmatrix} \text{ där } t,s\in\Re$$

Svar: Avståndet är 2 l.e.

3. Bestäm den linje som $y=kx+m$ som approximerar punkterna $(-1,\ 2)$, $(0,\ -1)$, $(1,\ 1)$ och $(2,\ 3)$ bäst i minstakvadratmening.

Svar: $y=\frac{1}{2}x+1$



Linköpings universitet
Matematiska institutionen
malgorzata wesolowska

Kurskod: 764G01
Provkod: TEN1

4. Undersök för vilka värden på konstanten p som kolonnvektorerna

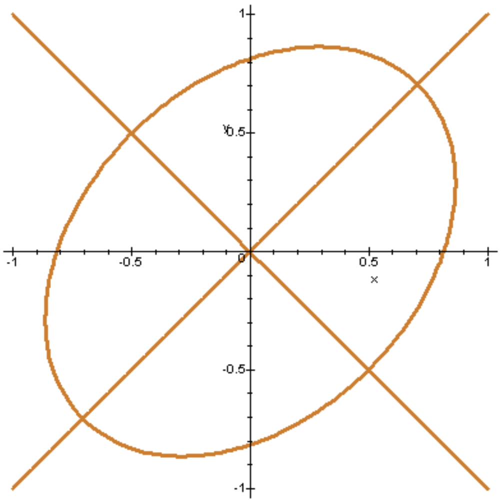
$$\vec{a}_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \vec{a}_2 = \begin{pmatrix} 7 \\ -1 \\ p \\ 10 \end{pmatrix}, \quad \vec{a}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

är linjärt beroende.

Svar: p=-9

5. Beskriv och rita kurvan $Q(x_1,x_2)=2$ om $Q(x_1,x_2)=3x_1^2-2x_1x_2+3x_2^2$ i x_1x_2-planet. Huvudaxlarna skall framgå tydligt i figuren. Bestäm även de punkter som ligger närmast origo.

Svar: Punkterna $(x_1,x_2)=\left(\pm\frac{1}{2},\mp\frac{1}{2}\right)$ ligger närmast origo



6. F vara ortogonal projektion på ett plan som innehåller origo. Bestäm planets ekvation och avbildningsmatris A för F om vi vet att $F(6\vec{e}_2)=-2\vec{e}_1+5\vec{e}_2+\vec{e}_3$.

Svar: Omsorgsfullt ritad figur ger att en normalvektor till planet blir

$$\vec{n}=F(6\vec{e}_2)-(-2\vec{e}_1+5\vec{e}_2+\vec{e}_3)=\begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

och eftersom planet innehåller origo blir planets ekvation $2x+y-z=0$. Sedan blir

$$A_e=\frac{1}{6}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} 2 & -2 & 2 \\ -2 & 5 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}=\frac{1}{6}\begin{bmatrix} 2 & -2 & 2 \\ -2 & 5 & 1 \\ 2 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$