Linköpings universitet
Matematiska institutionen
malgorzata wesolowska

Utbildningskod: 764G01
Modul: TEN1

Facit
2021-08-23

1. Ange den räta linje $y = ax + b$ som i minstakvadratmetodens mening bäst anpassar till följande uppsättning av mätpunkter (x_i, y_i): $(0,0)$, $(1,8)$, $(3,8)$, $(4,20)$..

Svar: $y = 4x + 1$

2. Ange ett linjärt samband mellan vektorerna $\vec{u} = (1,\ 2,\ -2)$, $\vec{v} = (2,\ -3,\ 3)$ samt $\vec{w} = (1,\ -3,\ 3)$ (givna här i <u>någon</u> bas).

Svar: $3\vec{u} - 5\vec{v} + 7\vec{w} = \vec{0}$

3. Låt $\underline{e} = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ vara en bas i ett linjärt rum L. Vi inför en ny bas $\underline{f} = \{\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3\}$ i L definierad genom sambandet

$$\begin{cases} \vec{f}_1 = 4\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3 \\ \vec{f}_2 = 3\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3 \\ \vec{f}_3 = 2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + 2\vec{e}_3 \end{cases}$$

Vektorn $\vec{u} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + 2\vec{e}_3$.
Bestäm koordinaterna för vektorn $\vec{u}$ i basen $\underline{f} = \{\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3\}$.

Svar: $\vec{u} = \frac{3}{2} \cdot \overrightarrow{f_1} - 2 \cdot \overrightarrow{f_2} + \frac{1}{2}\overrightarrow{f_3} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}_{\underline{f}}$

4. Två linjer: $l_1 : (x,y,z) = (1 - 2t,\ 2 + 3t,\ 3 + t)$ och $l_2 : (x,y,z) = (-7 + s,\ 3 + 3s,\ 9 + s)$ projiceras ortogonalt på planet $x - y - z = 3$. Ange skärningsvinkeln mellan de projicerade linjerna.

Svar: $\alpha = \frac{\pi}{3} = 60^\circ$

5. Låt F vara den linjära avbildning som beskriver projektion på den räta linje som går genom punkterna $(0,0,0)$ och $(-2,1,-3)$. Bestäm F :s avbildningsmatris A. Föreslå en lämplig kontroll av avbildningsmatrisen, och utför denna. (Motivera noga. Rita figur med tydliga beteckningar.)

Svar: F :s avbildningsmatris är $A = \frac{1}{14}\begin{bmatrix} 4 & -2 & 6 \\ -2 & 1 & -3 \\ 6 & -3 & 9 \end{bmatrix}$. En lämplig kontroll kan vara att kontrollera att $F(\vec{v}) = A\vec{v} = \vec{v}$, där $\vec{v} \,/\!/\, l$, tag t.ex. $\vec{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$.

Obs: l är beteckning för linjen genom givna punkter

6. Låt G och H vara linjära avbildningar $\Re^2 \to \Re^2$. Uttryckt i standardkoordinater (x,y) för planet så beskriver G spegling i x - axeln och H spegling i linjen $x = y$. Visa att den sammansatta avbildningen $F = G \circ H$ (så att $F(\vec{v}) = G(H(\vec{v}))$) beskriver en vridning i planet. Hur stor är vridningsvinkeln?

Svar: Avbildningsmatrisen blir $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ vilket beskriver en rotation ett kvarts varv medurs (och eventuellt ett antal hela varv dessutom).