Linköpings universitet
Matematiska institutionen
malgorzata wesolowska

Utbildningskod: 764G01
Modul: TEN1

Facit
2023-03-24

1. Du hittar lösningen bland dina anteckningar från undervisningen.

   Svar: Om $a \neq 2$ och $a \neq 3$ så har systemet exakt en lösning.

   Om $a = 2$ fås $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $t \in \Re$, ger oändligt många lösningar.

   Om $a = 3$ saknas lösning.

2. Du hittar lösningen bland dina anteckningar från undervisningen.

   Svar: Vektorerna $A\vec{x}$ och $\vec{x}$ är parallella, då $\vec{x} = t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}, t \neq \vec{0}$ eller $\vec{x} = s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}, s \neq \vec{0}$.

3. Du hittar lösningen bland dina anteckningar från undervisningen.

   Svar: Systemets minstakvadratlösning $\begin{cases} x_1 = \dfrac{17}{30} \\ x_2 = \dfrac{-7}{15} \end{cases}$ som

   ger $\left|A\vec{x} - \vec{b}\right| = \sqrt{\left(\dfrac{-1}{3}\right)^2 + \left(\dfrac{1}{6}\right)^2 + \left(\dfrac{1}{6}\right)^2} = \dfrac{\sqrt{6}}{6}$.

4. Du hittar lösningen till liknande uppgift bland dina anteckningar från undervisningen.

   Välj t.ex. $\{\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \right\}$.

   Svar: Den sökta avbildningsmatrisen i standardbasen $\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ ges av $A = \dfrac{1}{9}\begin{bmatrix} 7 & 4 & -4 \\ 4 & 1 & 8 \\ -4 & 8 & 1 \end{bmatrix}$.

5. Du hittar lösningen till liknande uppgift bland dina anteckningar från undervisningen.

   Svar: t.ex. $P = \begin{bmatrix} \dfrac{2}{3} & 0 & \dfrac{\sqrt{5}}{3} \\ \dfrac{1}{3} & \dfrac{2\sqrt{5}}{5} & \dfrac{-2\sqrt{5}}{15} \\ \dfrac{-2}{3} & \dfrac{\sqrt{5}}{5} & \dfrac{4\sqrt{5}}{15} \end{bmatrix}$ och motsvarande $D = \begin{bmatrix} -6 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$.

Linköpings universitet
Matematiska institutionen
malgorzata wesolowska

5. Matrisen för F ges av $A=\frac{1}{5}\begin{bmatrix}3 & 4\\ 4 & -3\end{bmatrix}$. Matrisen för G ges av $B=\begin{bmatrix}0 & -1\\ 1 & 0\end{bmatrix}$. Sammansättningen $G\circ F$ ges av $BA=\frac{1}{5}\begin{bmatrix}-4 & 3\\ 3 & 4\end{bmatrix}$.

En vektor $\vec{u}$ och dess bild $G(F(\vec{u}))$ under sammansättningen $G\circ F$ måste vara symmetriskt placerade i förhållande till den speglande linjen $y=kx$ och dessutom (RITA!) sådana att $(G(F(\vec{u}))-\vec{u})$ är vinkelrät mot linjen $y=kx$. Matrisen för $G\circ F$ visar att $G\circ F$ avbildar

$\vec{e}_1=\begin{pmatrix}1\\ 0\end{pmatrix}$ på $G(F(\vec{e}_1))=\frac{1}{5}\begin{pmatrix}-4\\ 3\end{pmatrix}$ och

$\vec{e}_2=\begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix}$ på $G(F(\vec{e}_2))=\frac{1}{5}\begin{pmatrix}3\\ 4\end{pmatrix}$.

Bägge vektorerna $(G(F(\vec{e}_1))-\vec{e}_1)=\frac{3}{5}\begin{pmatrix}-3\\ 1\end{pmatrix}$ och $(G(F(\vec{e}_2))-\vec{e}_2)=-\frac{1}{5}\begin{pmatrix}-3\\ 1\end{pmatrix}$ är parallella med vektorn $\begin{pmatrix}-3\\ 1\end{pmatrix}$, vilken i sin tur är ortogonal mot vektorn $\begin{pmatrix}1\\ 3\end{pmatrix}$ som är riktningsvektorn för linjen $y=3x$. Den sökta linjen är därför $y=3x \Rightarrow k=3$.

Svar: $k=3$