Linköpings universitet
Matematiska institutionen
malgorzata wesolowska

Kurskod: 764G01
Provkod: KTR1

Facit

2021-02-15

---

1. $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, där $s, t \in \Re$

2.

a. $\vec{u} \bullet \vec{v} = \frac{9}{2}$

b. $(\vec{u} + 2\vec{v}) \bullet (2\vec{u} - \vec{v}) = \frac{27}{2}$

c. $|2\vec{u} + 3\vec{v}| = 3\sqrt{19}$ l.e.

3. Ortogonalprojektionen av linjen $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ i planet $x + y + z = 5$ är

$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 19 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ -7 \end{pmatrix}$, där $t \in \Re$. Avståndet mellan punkten $(1,\ 3,\ 4)$ och planet är $\sqrt{3}$ l.e.

4.

a. $\vec{g}_1 = 2 \cdot \vec{f}_1 - \frac{8}{3} \cdot \vec{f}_2$ och $\vec{g}_2 = 2 \cdot \vec{f}_1 - \frac{2}{3} \cdot \vec{f}_2$

b. $\vec{v} = 6 \cdot \vec{f}_1 - 4 \cdot \vec{f}_2$

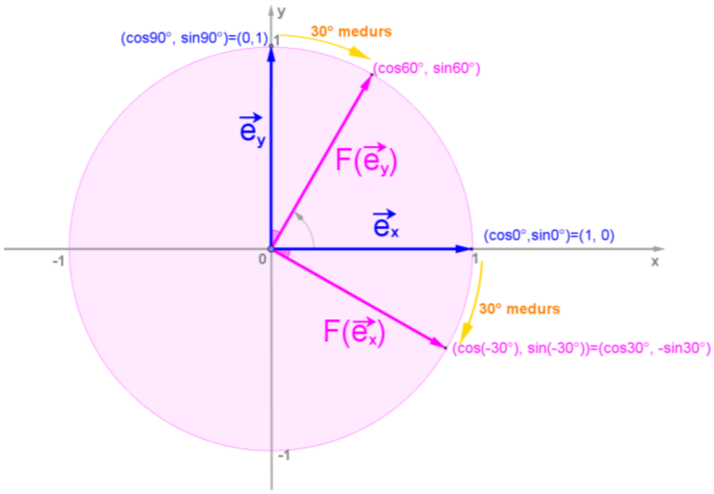
5. $X = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

6.

Lösningsskiss :

OBS! utgå från en figur för respektive avbildning! Vad är bilden av respektive basvektor i planet :

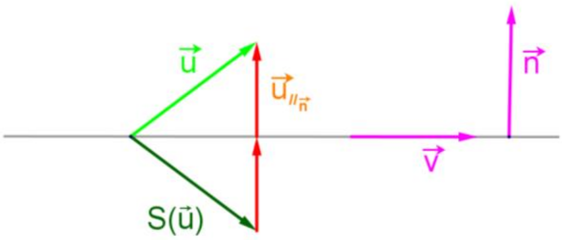
- för vridning medurs $F_{30^\circ\, medurs}(\vec{e}_x)$ och $F_{30^\circ\, medurs}(\vec{e}_y)$ som ger



Vi ser att $F_{30^\circ\, medurs}(\vec{e}_x) = \vec{e}_x \cdot cos(-30^\circ) + \vec{e}_y \cdot sin(-30^\circ)$ och $F_{30^\circ\, medurs}(\vec{e}_y) = \vec{e}_x \cdot cos(60^\circ) + \vec{e}_y \cdot sin(60^\circ)$

$$A_{30^\circ\, medurs} = \left[F_{30^\circ\, medurs}(\vec{e}_x) \quad F_{30^\circ\, medurs}(\vec{e}_y)\right] = \begin{bmatrix} cos(-30^\circ) & cos(60^\circ) \\ sin(-30^\circ) & sin(60^\circ) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$$

- för spegling i $3x - 2y + 1 = 0$



$$A_S = \frac{1}{13}\begin{bmatrix} -5 & 12 \\ 12 & 5 \end{bmatrix}$$

Då blir matrisen för den sammansatta avbildningen A_{total} (observera ordningen)

$$A_{total} = A_S \cdot A_{30^\circ\, medurs} = \frac{1}{13}\begin{bmatrix} -5 & 12 \\ 12 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} = \frac{1}{26}\begin{bmatrix} -5\sqrt{3} - 12 & -5 + 12\sqrt{3} \\ -5 + 12\sqrt{3} & 5\sqrt{3} + 12 \end{bmatrix}$$

Svar:

$$A_{total} = \frac{1}{26}\begin{bmatrix} -5\sqrt{3} - 12 & -5 + 12\sqrt{3} \\ -5 + 12\sqrt{3} & 5\sqrt{3} + 12 \end{bmatrix}$$