

## Kontrollskrivning i 764G01 Linjär Algebra 2020-02-13, kl. 08-12

Varje uppgift bedöms med 0 - 3 poäng. Totalt 6/10/14 poäng berättigar till 1/2/3 bonuspoäng på tentamen. Rätten att tillgodoräkna sig bonuspoäng på kommande tentamina består i 11 månader. Observera att denna bonus enbart gäller för betyget godkänd.

Inga hjälpmedel. Ej räknedosa. För full poäng krävs att lösningarna är fullständiga, väl motiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar.

---

Om inget annat sägs är koordinater och vektorer givna i standardbasen.

1. Låt  $\vec{u} = (1, 1, 0)$  och  $\vec{v} = (8, 1, 4)$ . Bestäm projektionen av  $\vec{u}$  på  $\vec{v}$  samt projektionen av  $\vec{v}$  på  $\vec{u}$ . Bestäm även  $\vec{u} \times \vec{v}$  samt vinkeln mellan  $\vec{u}$  och  $\vec{v}$ .
  
2. Låt  $\pi$  vara det plan som innehåller punkten  $(1, 2, -3)$  och som är ortogonalt mot linjen  $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ -9 \\ -8 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, t \in \mathfrak{R}$ . Bestäm planets ekvation på normalform. Vad är avståndet till planet från origo?
  
3. Låt  $\vec{u} = (2, 1, 0)$  och  $\vec{v} = (-1, 3, 1)$ .
  - a) Beräkna arean av en triangel som har  $\vec{u}$  och  $\vec{v}$  sidor.
  - b) Använd räknelagarna för vektorprodukter till att förenkla uttrycket  $(3\vec{u} + 2\vec{v}) \times (2\vec{u} - \vec{v})$  och beräkna det sedan.
  
4. Lös ekvationen  $A^2 X - B = AX - C$ ,

$$\text{där } A = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} \text{ och } C = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}.$$

vänd 

5. Matrisen  $A$  som representerar en spegling i en linje genom origo avbildar basvektorn

$$\vec{e}_x = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ på vektorn } \begin{pmatrix} 3/5 \\ 4/5 \end{pmatrix}.$$

- a) Bestäm ekvationen för speglingslinjen på normalform.
- b) Bestäm avbildningens matris  $A$ .

6. Låt  $F$  vara en ortogonalprojektion på linjen  $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ .

- a) Ange  $F$ 's avbildningsmatris  $A$ . **Utgå** ifrån en bild med tydliga beteckningar!
- b) Visa hur du kontrollerar att en vektor parallell med linjen och att en vektor ortogonal mot linjen avbildas som avsett.
- c) Använd a) till att beräkna avståndet mellan punkten  $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$  och linjen.

Lycka till

