

Tentamen i Linjär algebra
2017-03-20 kl 08-13

Inga hjälpmedel är tillåtna. Endast skrivmaterial (penna, suddgummi, passare, linjal) får användas.

Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

Varje uppgift kan ge högst 3 poäng. För betyg G räcker 8 poäng, för betyg VG räcker 14 poäng. Om inget annat sägs är koordinater och vektorer givna i standardbasen.

Bonus får tillgodoräknas från kontrollskrivning 2017-02-13. Observera att denna bonus enbart gäller för betyget godkänd.

1. Låt

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 5 & 4 \\ -2 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Bestäm A^2 , determinanten av A samt inversen av A om den finns.

2. Låt $\vec{f}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2$ och $\vec{f}_2 = \vec{e}_1 - \vec{e}_3$, och bestäm \vec{f}_3 så att vektorn $\vec{u} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3$ får koordinaterna $(1, -1, 2)$ i basen $(\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3)$. Visa även att vektorerna \vec{f}_1, \vec{f}_2 och \vec{f}_3 är linjärt oberoende.

3. Bestäm matrisen X så att $B = B^{-1} - AXB^{-1}$, där

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

4. Betrakta ekvationssystemet

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 - x_2 = 3 \\ -2x_1 - x_2 = -3 \\ x_1 + 2x_2 = 6 \end{cases}$$

Visa att systemet saknar lösning. Bestäm systemets minsta kvadrat-lösning.

Var god vänd



5. Avgör vilka av punkterna $P = (1, 1, 0)$, $Q = (0, 1, 0)$ och $R = (0, 0, 1)$ som ligger närmast linjen genom $A = (1, 2, 3)$ och $B = (1, 3, 4)$.

6. Avbildningsmatrisen för spegling i ett visst plan genom origo ges av

$$A = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 7 & 4 & 4 \\ 4 & 1 & -8 \\ 4 & -8 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ange avbildningsmatrisen för ortogonal projektion på samma plan.

Lycka till 