Linköpings universitet
Matematiska institutionen
malgorzata wesolowska

Kurskod: 764G01
Provkod: TEN1

# Tentamen i Linjär algebra
## 2017-08-17 kl 8-13

Inga hjälpmedel är tillåtna. Endast skrivmaterial (penna, suddgummi, passare, linjal) får användas.

Varje uppgift kan ge högst 3 poäng. För betyg G räcker 8 poäng, för betyg VG räcker 14 poäng.
Om inget annat sägs är koordinater och vektorer givna i standardbasen.

Bonus får tillgodoräknas från kontrollskrivning 2017-02-13. Observera att denna bonus enbart gäller för betyget godkänd.

Skriv klart och tydligt och med så utförliga motiveringar att din tankegång är lätt att följa, steg för steg. Lösningarna skall vara och avslutade med ett svar (svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt).

För att markera hur den enskilda uppgiften bedömts ges poäng mellan 0 och 3. En lösning utan förklarande text kan aldrig ge mer än 2 poäng.
En lösning som innehåller något allvarligt fel i mer elementär matematik (som inte är uppenbart slarv) ger inte något poäng alls (gäller även om uppgiften består av flera deluppgifter).

Följ föreläsnings och lektions anteckningar! **inga** "färdiga" formler för avbildningar, avstånd osv. som inte tagits upp under kursens gång kan användas i så fall ska det tas fram först klart och tydligt med hjälp av lämplig figur.

Linköpings universitet
Matematiska institutionen
malgorzata wesolowska

Kurskod: 764G01
Provkod: TEN1

---

1. Låt $\Pi$ vara det plan som innehåller linjen $L_1: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ där $t \in \boldsymbol{R}$ men som inte skärs av $L_2: \begin{pmatrix} \boldsymbol{x} \\ \boldsymbol{y} \\ \boldsymbol{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \boldsymbol{t} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $t \in \boldsymbol{R}$. Ange planets $\Pi$:s ekvation på normalform.

2. Bestäm för varje $a$ antalet lösningar till ekvationssystemet

$$\begin{cases} x + a \cdot y = 3 \\ (a-2)x + 3y = a \end{cases}$$

Bestäm lösningarna för det/de $a$ där systemet har oändligt många lösningar.

3. Låt $\vec{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3)$ och $\vec{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{e}_1 - \vec{e}_3)$.

   a) Finn en vektor $\vec{f}_3$ så att $\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3$ bildar en ON-bas för rummet.
   b) Vilka koordinater har vektorn $\vec{u} = \vec{f}_1 - \vec{f}_3$ i basen $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$?
   c) Vilka koordinater har vektorn $\vec{v} = \vec{e}_1 - \vec{e}_3$ i basen $\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3$?

4. Vad menas med att en matris $A$ är diagonaliserbar?
   Avgör huruvida matrisen $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & -5 & 4 \end{bmatrix}$ är diagonaliserbar.

5. Låt $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$. Bestäm $A^n$ för $n = 1, 2, 3, \ldots$ .

6. Låt F vara den linjära avbildning som ger en vridning $180^\circ$ runt linjen $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $t \in \boldsymbol{R}$.

   Bestäm F:s avbildningsmatris A ( i standardbasen).

Lycka till