Linköpings universitet
Matematiska institutionen
malgorzata wesolowska

Kurskod: 764G01
Provkod: TEN1

Tentamen i Linjär algebra
2018-08-15 kl 8-13

Inga hjälpmedel är tillåtna. Endast skrivmaterial (penna, suddgummi, passare, linjal) får användas.

Varje uppgift kan ge högst 3 poäng. För betyg G räcker 8 poäng, för betyg VG räcker 14 poäng.
Om inget annat sägs är koordinater och vektorer givna i standardbasen.

Bonus får tillgodoräknas från kontrollskrivning 2018-02-14. Observera att denna bonus enbart gäller för betyget godkänd.

Skriv klart och tydligt och med så utförliga motiveringar att din tankegång är lätt att följa, steg för steg. Lösningarna skall vara och avslutade med ett svar (svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt).

För att markera hur den enskilda uppgiften bedömts ges poäng mellan 0 och 3. En lösning utan förklarande text kan aldrig ge mer än 2 poäng.
En lösning som innehåller något allvarligt fel i mer elementär matematik (som inte är uppenbart slarv) ger inte någon poäng alls (gäller även om uppgiften består av flera deluppgifter).

OBS! Inte korrekta beräkningar som kan kontrolleras betraktas inte som slarvfel.

Följ föreläsnings och lektions anteckningar! **inga** "färdiga" formler för avbildningar, avstånd osv. som inte tagits upp under kursens gång kan användas i så fall ska det tas fram först klart och tydligt med hjälp av lämplig figur. Rita alltid en figur!

1. En linje ges av skärningen mellan planen $x+y+3z=-6$ och $2x+y-2z-10=0$. Genom punkterna $(6,0,1)$ och $(-4,4,-7)$ går en annan linje. Avgör om linjerna skär varandra. Beräkna i så fall skärningspunkten och vinkeln mellan linjerna. Bestäm i annat fall kortaste avståndet mellan linjerna.

2. Låt Π vara planet $x-2y+3z=5$ och låt $\vec{u}=(0,-2,1)$.

   Dela upp $\vec{u}=\vec{u}_{\perp}+\vec{u}_{//}$ där $\vec{u}_{\perp}$ är ortogonal mot planet Π och $\vec{u}_{//}$ är parallell med planet.

3. Lös matrisekvationen $AXB^{-1}+A=I$, där I är enhetsmatrisen och

$$A=\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & 2\end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix}3 & -1\\ 0 & 2\end{bmatrix}.$$

4. För vilka reella värden på a har ekvationssystemet

$$\begin{cases} ax - y = 1 \\ 2x + 2z = 1 \\ x + ay + 2z = 0 \end{cases}$$

   a) exakt en lösning, vilken är denna lösning?
   b) oändlig många lösningar, vilken är denna lösning?
   c) ingen lösning

5. Låt $\vec{f}_1=\frac{1}{\sqrt{3}}(\vec{e}_1+\vec{e}_2-\vec{e}_3)$ och $\vec{f}_2=\frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{e}_1+\vec{e}_3)$.

   a) Finn en vektor $\vec{f}_3$ så att $\vec{f}_1$, $\vec{f}_2$, $\vec{f}_3$ bildar en ON-bas för rummet.

   b) Vilka koordinater har vektor $\vec{f}_1-\vec{f}_3$ i basen $\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3$?

   c) Vilka koordinater har vektor $\vec{e}_1-\vec{e}_3$ i basen $\vec{f}_1$, $\vec{f}_2$, $\vec{f}_3$?

6. $A=\frac{1}{6}\begin{bmatrix}5 & -2 & 1\\ -2 & 2 & 2\\ 1 & 2 & 5\end{bmatrix}$ är matrisen för en linjär avbildning. Beskriv avbildningen geometriskt.

lycka till !