Linköpings universitet
Matematiska institutionen
malgorzata wesolowska

Kurskod: 764G01
Provkod: TEN1

Tentamen i Linjär algebra
2019-04-23 kl 8-13

Inga hjälpmedel är tillåtna. Endast skrivmaterial (penna, suddgummi, passare, linjal) får användas.

Varje uppgift kan ge högst 3 poäng. För betyg G räcker 8 poäng, för betyg VG räcker 14 poäng.
Om inget annat sägs är koordinater och vektorer givna i standardbasen.

Bonus får tillgodoräknas från kontrollskrivning 2019-02-13. Observera att denna bonus enbart gäller för betyget godkänd.

Skriv på omslaget hur många bonuspoäng du har. (B=1, B=2 eller B=3)

Skriv klart och tydligt och med så utförliga motiveringar att din tankegång är lätt att följa, steg för steg. Lösningarna skall vara och avslutade med ett svar (svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt).

För att markera hur den enskilda uppgiften bedömts ges poäng mellan 0 och 3. En lösning utan förklarande text kan aldrig ge mer än 2 poäng.
En lösning som innehåller något allvarligt fel i mer elementär matematik (som inte är uppenbart slarv) ger inte någon poäng alls (gäller även om uppgiften består av flera deluppgifter).

OBS! Inte korrekta beräkningar som kan kontrolleras betraktas inte som slarvfel.

Följ föreläsnings och lektions anteckningar! **inga** "färdiga" formler för avbildningar, avstånd osv. som inte tagits upp under kursens gång kan användas i så fall ska det tas fram först klart och tydligt med hjälp av lämplig figur. Rita alltid en figur!

Linköpings universitet
Matematiska institutionen
malgorzata wesolowska

Kurskod: 764G01
Provkod: TEN1

1. Lös matrisekvationen $AXB = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, där $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ och $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

2. Låt linjen l_1 vara skärningen mellan de två planen $x + y - z = 2$ och $x - y + z - 4 = 0$. Låt vidare π vara det plan som innehåller punkten $(0, 3, -2)$ och är ortogonal mot linjen $l_2 : (x, \ y, \ z) = (2t, \ 1+3t, \ 1-3t), \ t \in \Re$. Visa att l_1 är parallell med π och bestäm avståndet mellan dem.

3. Låt $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & a^3 & a^2 & a \\ 1 & a & 2 & 1 \end{bmatrix}$

   Där a är ett reellt tal. Beräkna $\det A$ och bestäm de värden på a för vilka A är inverterbar.

4. Bestäm avbildningsmatrisen för den sammansatta linjära avbildning i planet $(\Re^2)$ som först vrider vinkeln $\frac{\pi}{3}$ medurs och sedan speglar i x_2 -axeln.

5. Låt $\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$. Skriv $\vec{u}$ som en summa $\vec{u} = \vec{u}_1 + \vec{u}_2$ så att $\vec{u}_1$ och $\vec{u}_2$ är ortogonala och så att $\vec{u}_1$ är parallell med skärningen mellan planen $x - 2y + z = 1, x + y - 2z = 3$.

   Bestäm en ON-bas $\{\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3\}$ så att dels $\vec{f}_1$ och $\vec{u}_1$ blir parallella, och dels $\vec{f}_2$ och $\vec{u}_2$ blir parallella. Vad blir koordinaterna för vektorn $[1 \quad 0 \quad 2]^t_{\underline{e}}$ i basen $\{\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3\}$.

6. Om den linjära avbildningen F vet man att följande: $(1, 1, 1)$ är en egenvektor med egenvärdet 2 och vektorerna $(1, 0, 1)$ och $(-1, 0, 1)$ är bilder av varandra. Bestäm samtliga egenvärden och egenvektorer till F. Bestäm sedan den matris som svarar mot den linjära avbildning F med hjälp av funna egenvärden och egenvektorer.

lycka till !