Linköpings universitet
Matematiska institutionen
malgorzata wesolowska

Kurskod: 764G01
Provkod: TEN1

Tentamen i Linjär algebra
2020-03-24 kl 8-13

Inga hjälpmedel är tillåtna. Endast skrivmaterial (penna, suddgummi, passare, linjal) får användas.

Varje uppgift kan ge högst 3 poäng. För betyg G räcker **11** poäng, för betyg VG räcker **17** poäng. Om inget annat sägs är koordinater och vektorer givna i standardbasen.

Bonus får tillgodoräknas från kontrollskrivning 2020-02-13. Observera att denna bonus enbart gäller för betyget godkänd.

Skriv på omslaget hur många bonuspoäng du har. (B=1, B=2 eller B=3)

Skriv (bara handskrivna lösningar) klart och tydligt och med så utförliga motiveringar att din tankegång är lätt att följa, steg för steg. Lösningarna skall vara avslutade med ett svar (svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt).

För att markera hur den enskilda uppgiften bedömts ges poäng mellan 0 och 3. En lösning utan förklarande text kan aldrig ge mer än 2 poäng.
En lösning som innehåller något allvarligt fel i mer elementär matematik (som inte är uppenbart slarv) ger inte någon poäng alls (gäller även om uppgiften består av flera deluppgifter).

OBS! Inte korrekta beräkningar som kan kontrolleras betraktas inte som slarvfel.

Följ föreläsnings och lektions anteckningar! **inga** "färdiga" formler för avbildningar, avstånd osv. som inte tagits upp under kursens gång kan användas i så fall ska det tas fram först klart och tydligt med hjälp av lämplig figur. Rita alltid en figur!

Linköpings universitet
Matematiska institutionen
malgorzata wesolowska

Du har fått tilldelat ett uppgiftsnummer (mail den 20/3) som ger dig en unik uppsättning av värden på konstanterna $a_{11}, a_{32}, b_{31}, a, b, c, d, e, f, c_{12}, c_{32}$. Dessa värden och unik alternativ av uppgift 3 hittar du i tabellen (längst ner efter uppgifterna). Du ska sätta in dessa värden i uppgifterna nedan.

Du kan inte välja ett annat uppgiftsnummer.

1. Bestäm en minstakvadratlösning till ekvationssystemet $AX = B$ där

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & 1 \\ -1 & 2 \\ 1 & a_{32} \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \text{ och } B = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ b_{31} \\ 1 \end{bmatrix}.$$

2. Bestäm alla vektorer av längd $9\sqrt{2}$ som bildar rät vinkel med vektorn $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$

och 60 graders vinkeln med vektorn $\begin{pmatrix} d \\ e \\ f \end{pmatrix}$.

3. **Alternativ1:**

För vilka reella värden på β har ekvationssystemet

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = -1 \\ x_1 + (\beta+1)x_2 + \beta x_3 = 1 \\ (\beta-1)x_1 - x_2 + (\beta^2-\beta)x_3 = -1 \end{cases}$$

a) exakt en lösning
b) oändlig många lösningar
c) ingen lösning

Ange lösningen i de fall systemet har mer än en lösning.

Alternativ2:

För vilka reella värden på β har ekvationssystemet

$$\begin{cases} (\beta-1)x_1 - x_2 + (\beta^2-\beta)x_3 = 1 \\ x_1 + (\beta+1)x_2 + \beta x_3 = -1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = -1 \end{cases}$$

d) exakt en lösning
e) oändlig många lösningar
f) ingen lösning

Ange lösningen i de fall systemet har mer än en lösning.

Alternativ3:

För vilka reella värden på β har ekvationssystemet

$$\begin{cases} x_1 + (\beta+1)x_2 + \beta x_3 = -1 \\ (\beta-1)x_1 - x_2 + (\beta^2-\beta)x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = -1 \end{cases}$$

g) exakt en lösning
h) oändlig många lösningar
i) ingen lösning

Ange lösningen i de fall systemet har mer än en lösning.

Alternativ4:

För vilka reella värden på β har ekvationssystemet

$$\begin{cases} (\beta-1)x_1 - x_2 + (\beta^2-\beta)x_3 = -1 \\ x_1 + (\beta+1)x_2 + \beta x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = -1 \end{cases}$$

j) exakt en lösning
k) oändlig många lösningar
l) ingen lösning

Ange lösningen i de fall systemet har mer än en lösning.

Alternativ5:
För vilka reella värden på β har ekvationssystemet

$$\begin{cases} \beta x_1 + (\beta+1)x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = -1 \\ (\beta^2-\beta)x_1 - x_2 + (\beta-1)x_3 = -1 \end{cases}$$

m) exakt en lösning
n) oändlig många lösningar
o) ingen lösning

Ange lösningen i de fall systemet har mer än en lösning.

4. Betrakta vektorerna $\overrightarrow{f_1} = (0, \ 1, \ k)$, $\overrightarrow{f_2} = \left(\frac{3}{5}, \ 0, \ \frac{4}{5}\right)$ och $\overrightarrow{f_3} = \left(l, \ m, \ \frac{3}{5}\right)$, där $k, l, m \in \Re$.

a) När bildar $\{\overrightarrow{f_1}, \overrightarrow{f_2}, \overrightarrow{f_3}\}$ en bas för rummet?

b) Bestäm (alla möjliga) k, l, m så att $\{\overrightarrow{f_1}, \overrightarrow{f_2}, \overrightarrow{f_3}\}$ bildar en ON-bas. Ordna vektorerna så att basen dessutom blir positivt orienterad.

5. Låt C vara matrisen $C = \begin{bmatrix} -2 & c_{12} & 2 \\ 3 & 0 & -3 \\ 2 & c_{32} & -2 \end{bmatrix}$

a) Bestäm alla egenvärden till C.

b) För varje egenvärde bestäm egenvektor.

c) Är C diagonaliserbar? Motivera ditt svar.

6. Låt $S_1 = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & -2 & -2 \\ -2 & 1 & -2 \\ -2 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ vara avbildningsmatrisen för den linjära avbildning som ges av spegling i planet $x_1 + x_2 + x_3 = 0$ och S_2 vara avbildningsmatrisen för den linjära avbildning som ges av spegling i planet $x_1 - x_2 + x_3 = 0$.

a) Bestäm matrisen S för den sammansatta avbildningen, som ges av att först spegla i $x_1 + x_2 + x_3 = 0$ och sedan spegla i $x_1 - x_2 + x_3 = 0$.

b) S är avbildningsmatrisen för rotationen. Bestäm rotationsaxeln.

lycka till !

Linköpings universitet
Matematiska institutionen
malgorzata wesolowska

Kurskod: 764G01
Provkod: TEN1

	Uppgift 1			Uppgift 2						Uppgift 3	Uppgift 5	
Uppgiftsnummer	a_{11}	a_{32}	b_{31}	a	b	c	d	e	f	**Alternativ**	c_{12}	c_{32}
1	1	1	2	1	4	1	4	1	1	Alternativ 1	-4	-4
2	2	1	-1	1	1	4	1	4	1	Alternativ 2	4	4
3	-2	1	1	4	1	1	1	1	4	Alternativ 3	-2	-2
4	2	-1	1	1	4	1	1	1	4	Alternativ 4	2	2
5	-1	1	2	1	1	4	4	1	1	Alternativ 5	-1	-1
6	1	-1	2	4	1	1	1	4	1	Alternativ 1	1	1
7	1	1	-2	1	4	1	4	1	1	Alternativ 2	-4	-4
8	1	-2	1	1	1	4	1	4	1	Alternativ 3	4	4
9	-1	2	1	4	1	1	1	1	4	Alternativ 4	-2	-2
10	1	2	-1	1	4	1	1	1	4	Alternativ 5	2	2
11	1	1	2	1	1	4	4	1	1	Alternativ 1	-1	-1
12	2	1	-1	4	1	1	1	4	1	Alternativ 2	1	1
13	-2	1	1	1	4	1	4	1	1	Alternativ 3	-4	-4
14	2	-1	1	1	4	1	4	1	1	Alternativ 4	4	4
15	-1	1	2	1	1	4	1	4	1	Alternativ 5	-2	-2
16	1	-1	2	4	1	1	1	1	4	Alternativ 1	2	2
17	1	1	-2	1	4	1	1	1	4	Alternativ 2	-1	-1
18	1	-2	1	1	1	4	4	1	1	Alternativ 3	1	1
	Uppgift 1			Uppgift 2						Uppgift 3	Uppgift 5	
Uppgiftsnummer	a_{11}	a_{32}	b_{31}	a	b	c	d	e	f	**Alternativ**	c_{12}	c_{32}
19	-1	2	1	4	1	1	1	4	1	Alternativ 4	-4	-4
20	1	2	-1	1	4	1	4	1	1	Alternativ 5	4	4
21	1	1	2	1	1	4	1	4	1	Alternativ 1	-2	-2
22	2	1	-1	4	1	1	1	1	4	Alternativ 2	2	2
23	-2	1	1	1	1	4	4	1	1	Alternativ 3	-1	-1
24	2	-1	1	4	1	1	1	4	1	Alternativ 4	1	1
25	-1	1	2	1	4	1	4	1	1	Alternativ 5	-4	-4
26	1	-1	2	1	1	4	1	4	1	Alternativ 1	4	4
27	1	1	-2	4	1	1	1	1	4	Alternativ 2	-2	-2
28	1	-2	1	1	4	1	1	1	4	Alternativ 3	2	2
29	-1	2	1	1	1	4	4	1	1	Alternativ 4	-1	-1
30	1	2	-1	4	1	1	1	4	1	Alternativ 5	1	1
31	1	1	2	1	4	1	4	1	1	Alternativ 1	-4	-4
32	2	1	-1	1	1	4	1	4	1	Alternativ 2	4	4
33	-2	1	1	4	1	1	1	1	4	Alternativ 3	-2	-2
34	2	-1	1	1	4	1	1	1	4	Alternativ 4	2	2
35	-1	1	2	1	1	4	4	1	1	Alternativ 5	-1	-1
36	1	-1	2	4	1	1	1	4	1	Alternativ 1	1	1
37	1	1	-2	1	4	1	4	1	1	Alternativ 2	-4	-4

Linköpings universitet
Matematiska institutionen
malgorzata wesolowska

Kurskod: 764G01
Provkod: TEN1

	Uppgift 1			Uppgift 2						Uppgift 3	Uppgift 5	
Uppgiftsnummer	a_{11}	a_{32}	b_{31}	a	b	c	d	e	f	Alternativ	c_{12}	c_{32}
38	1	-2	1	1	1	4	1	4	1	Alternativ 3	4	4
39	-1	2	1	4	1	1	1	1	4	Alternativ 4	-2	-2
40	1	2	-1	1	4	1	4	1	1	Alternativ 5	-2	-2
41	1	1	2	1	1	4	4	1	1	Alternativ 1	-1	-1
42	2	1	-1	4	1	1	1	4	1	Alternativ 2	1	1
43	-2	1	1	1	4	1	4	1	1	Alternativ 3	-4	-4
44	-2	1	1	1	4	1	4	1	1	Alternativ 4	4	4
45	2	-1	1	1	1	4	1	4	1	Alternativ 5	-2	-2
46	-1	1	2	4	1	1	1	1	4	Alternativ 1	2	2
47	1	-1	2	1	4	1	1	1	4	Alternativ 2	-1	-1
48	1	1	-2	1	1	4	4	1	1	Alternativ 3	1	1
49	1	-2	1	4	1	1	1	4	1	Alternativ 4	-4	-4
50	-1	2	1	1	4	1	4	1	1	Alternativ 5	4	4
51	1	2	-1	1	1	4	1	4	1	Alternativ 1	-2	-2
52	1	1	2	4	1	1	1	1	4	Alternativ 2	2	2
53	2	1	-1	1	4	1	1	1	4	Alternativ 3	-1	-1
54	-2	1	1	1	1	4	4	1	1	Alternativ 4	1	1