Linköpings universitet
Matematiska institutionen
malgorzata wesolowska

Kurskod: 764G01
Provkod: TEN1

Hemtentamen i Linjär algebra
2020-04-24 kl 8-13

På grund av de förändrade omständigheterna är alla hjälpmedel tillåtna, **utom** att arbeta tillsammans med någon eller stämma av resultaten med någon. Tentamen ska utföras enskilt, samarbete är inte tillåtet. Plagiatkontroll kommer att genomföras.

- Bara handskrivna lösningar! . (Det Är också tillåtet att skriva för hand med ritpenna på ritplatta eller surfplatta, men endast handskriven text.) Skriv klart och tydligt och med utförliga och noggranna beräkningar och motiveringar att din tankegång är lätt att följa, steg för steg. OBS! Det ska framgå tydligt varifrån dina värden kommer! Inga färdiga tal och svar! Inga ”hej och hå ” upplevelser för mig vid redovisningar, då dras det poäng från uppgiften. (precis som alltid, speciellt noggrant vid hemtentorna, dvs även om räknehjälpmedel är tillåtna ska uträkningar redovisas lika noga som vanligt, dvs. som om man inte hade några hjälpmedel.
- Använd inte rödpenna. Lös högst en uppgift per sida. Numrera sidorna (sorterade i uppgiftsordning).
- (precis som alltid) Avsluta alltid med tydligt svar! Som ska komma efter ordet : svar:….. (svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt).
- Inga decimaltal (precis som alltid)
- För att markera hur den enskilda uppgiften bedömts ges poäng mellan 0 och 3. En lösning utan förklarande text kan aldrig ge mer än 2 poäng.
- En lösning som innehåller något allvarligt fel i mer elementär matematik (som inte är uppenbart slarv) ger inte någon poäng alls (gäller även om uppgiften består av flera deluppgifter).
- OBS! Inte korrekta beräkningar som kan kontrolleras betraktas inte som slarvfel.
- Följ föreläsnings och lektions anteckningar! **inga** ”färdiga” formler för avbildningar, avstånd, osv. som inte tagits upp under kursens gång kan användas i så fall ska det tas fram först klart och tydligt med hjälp av lämplig figur. Rita alltid en figur!

Jourhavande Lärare: Examinator: mawes@mai.liu.se

Då du är klar med tentan så fotograferar du varje sida (eller scannar sidorna), och skickar bilderna som en bilaga i ett mejl till adressen mai-tenta@mai.liu.se

Tips (1) är att använda en dokumentscanner på telefonen, t ex CamScanner för att spara ner sina lösningar innan man mailar in dem från telefonen. OBS! Klicka på kamerasymbolen och välj läget "Batch" när ni ska börja fotografera. Då kan man få flera bilder i samma fil. Gå vidare och svipa mellan bilder och anpassa eventuellt vad som ska tas med. Klicka på bocken nere till höger när du är nöjd. Tryck på "email" nere till höger och klicka på "pdf". Skriv in mailadressen och ämnesrad enligt nedan och skicka in!

Observera att mejlet inte får vara större än 25 MB (annars kommer det inte fram). Kontrollera även att bilderna är så pass tydliga att text och symboler går att läsa; annars kan vi inte rätta tentan.

Märk varje blad med kurskod, namn och personnummer och uppgiftens nummer. Endast en uppgift per sida.
Tips (2) är att förbereda ett antal blad, innan tentan börjar, som du sedan löser uppgifterna på. Det du förbereder bladen med är kurs och provkod (764G01/TEN1), datum (2020-04-24) och ditt namn och personnummer eller LiU-ID

Det är också viktigt att du i ämnesraden på ditt mejl skriver kurskod, namn och personnummer så att vi kan identifiera tentan.

T ex 764G01 Anna Andersson 900101-0000

Du måste ha skickat in tentan senast en halvtimme efter tentatidens slut. Har du förlängd skrivtid så gäller det att du skickar in tentan senast en halvtimme efter den förlängda skrivtidens slut.

Notera att på grund av den rådande situationen så kan rättningstiden blir längre än normalt.

Har du övriga frågor, så ombeds du kontakta huvudstudierektor Jesper Thorén (jesper.thoren@liu.se).

Linköpings universitet
Matematiska institutionen
malgorzata wesolowska

Kurskod: 764G01
Provkod: TEN1

Du har fått tilldelat ett uppgiftsnummer (med mail några dagar innan tentamen) som ger dig en unik uppsättning av värden på konstanterna a, b, c, d, punkt P, x_1, x_2, m, n, k, λ, π. Dessa värden hittar du i tabellen (längst ner efter uppgifterna). Du ska sätta in dem i uppgifterna nedan.

Du kan inte välja ett annat uppgiftsnummer! Har du inte fått något nr tilldelat så måste du kontakta mig först!!!

Skicka mail till mawes@mai.liu.se och vänta på din uppgiftsnummer!

Varje uppgift kan ge högst 3 poäng. För betyg G räcker **9** poäng, för betyg VG räcker **17** poäng. Om inget annat sägs är koordinater och vektorer givna i standardbasen.

Bonus får tillgodoräknas från kontrollskrivning 2020-02-13. Observera att denna bonus enbart gäller för betyget godkänd.

Skriv på omslaget hur många bonuspoäng du har. (B=1, B=2 eller B=3)

---

1. Låt L vara skärningslinjen mellan planen $a \cdot x + b \cdot y + c \cdot z = d$ och $x + 2y + 3z = 6$, och låt P vara punkten (x, y, z).

   a) Bestäm den punkt Q på L som ligger närmast P.

   b) Bestäm ekvationen för det plan π som innehåller L och som är sådant att den punkt i π som är närmast P är punkten Q från deluppgift (a). (Tips! Rita figur!)

   (obs! a, b, c, d och punkt P individuell data)

2. Låt $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$.

   a) Ta fram med hjälp av lämpliga beräkningar (inga gissningar) någon matris B, sådan att $AB = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$.

   b) Beräkna BA.

   c) Är A en inverterbar matris (enligt den definition av inverterbara matriser som används i kursen)? Motivera ditt svar väl, men kortfattat!

Linköpings universitet
Matematiska institutionen
malgorzata wesolowska

Kurskod: 764G01
Provkod: TEN1

3. I en given godtycklig triangel ΔABC, låt M vara mittpunkt på AB, punkten N på sidan BC uppfyller $\left|\overrightarrow{BN}\right| = m \cdot \left|\overrightarrow{NC}\right|$, och P är mittpunkt på AC.

Betrakta baserna $\{\vec{g}_1, \vec{g}_2\} = \{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\}$ och $\{\vec{f}_1, \vec{f}_2\} = \{\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MP}\}$.

a) Uttryck vektorerna $\vec{g}_1$ och $\vec{g}_2$ i basen $\{\vec{f}_1, \vec{f}_2\}$.

b) Låt $\vec{v}$ vara vektorn med koordinaterna (n, k) i basen $\{\vec{g}_1, \vec{g}_2\}$. Bestäm koordinaterna för $\vec{v}$ i basen $\{\vec{f}_1, \vec{f}_2\}$.

(obs! m och (n,k) individuell data), (OBS! utgå från en figur med tydliga beteckningar)

4. Låt $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \vec{a}_4$ vara linjärt oberoende vektorer i ett givet vektorrum V. Avgör om vektorerna $\vec{u}_1 = \vec{a}_1 + 2\vec{a}_2 - \vec{a}_3 + 2\vec{a}_4$, $\vec{u}_2 = 2\vec{a}_1 + x_1 \cdot \vec{a}_2 - \vec{a}_3 - \vec{a}_4$, $\vec{u}_3 = 2\vec{a}_2 + x_2 \cdot \vec{a}_3 + \vec{a}_4$ och $\vec{u}_4 = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 - \vec{a}_3 - \vec{a}_4$ är linjärt oberoende.

(obs! x_1 och x_2 individuell data)

5. $R = \dfrac{1}{9}\begin{bmatrix} 4 & -8 & 1 \\ 4 & 1 & -8 \\ 7 & 4 & 4 \end{bmatrix}$ är avbildningsmatrisen för rotationen.

a) Bestäm rotationsaxeln.

b) Låt F vara speglingen på linjen som går genom origo och har riktningen parallellt med rotationsaxeln för R. Beräkna F:s avbildningsmatris A.

6. En symmetrisk avbildning G av rummet har egenvärdet λ. Vidare avbildas varje vektor på planet π på sig själv. Bestäm matrisen för G.

(obs! λ och π individuell data)

lycka till !

nr	a	b	c	d	P	x_1	x_2	m	n	k	λ	π :s ekvation
1	1	1	1	0	$(1,3,3)$	3	-4	2	1	-2	2	$x_1 - x_3 = 0$
2	1	1	1	0	$(1,3,3)$	4	-3	3	1	-2	3	$x_2 - x_3 = 0$
3	1	1	1	0	$(3,3,1)$	3	-2	4	-1	2	2	$x_2 - x_3 = 0$
4	1	1	1	0	$(3,-3,1)$	4	-1	5	-1	2	3	$x_1 - x_3 = 0$
5	1	1	1	0	$(3,3,-1)$	2	-4	2	1	-2	2	$x_1 - x_2 = 0$
6	0	2	1	1	$(2,1,3)$	2	-3	3	1	-2	3	$x_1 - x_2 = 0$
7	0	2	1	1	$(-3,1,1)$	4	-2	4	1	-2	2	$x_1 - x_3 = 0$
8	0	2	1	1	$(3,2,1)$	3	-1	5	1	-2	3	$x_2 - x_3 = 0$
9	1	1	2	0	$(3,1,3)$	3	-4	2	-1	2	2	$x_2 - x_3 = 0$
10	1	1	2	0	$(1,3,3)$	4	-3	3	-1	2	3	$x_1 - x_3 = 0$
11	1	1	2	0	$(3,1,1)$	3	-2	4	-1	2	2	$x_1 - x_2 = 0$
12	1	1	2	0	$(2,3,1)$	4	-1	5	-1	2	3	$x_1 - x_2 = 0$
13	1	1	2	0	$(3,2,1)$	3	-4	2	1	-2	2	$x_1 - x_3 = 0$
14	1	1	2	0	$(1,3,2)$	4	-3	3	-1	2	3	$x_2 - x_3 = 0$
15	1	1	1	1	$(1,3,3)$	3	-2	4	1	-2	2	$x_2 - x_3 = 0$
16	2	1	1	1	$(-3,3,1)$	4	-1	5	-1	2	3	$x_1 - x_3 = 0$
nr	a	b	c	d	P	x_1	x_2	m	n	k	λ	π :s ekvation
17	2	1	1	1	$(3,3,-1)$	2	-4	2	1	-2	2	$x_1 - x_2 = 0$
18	2	1	1	1	$(1,3,2)$	2	-3	3	1	-2	2	$x_1 - x_2 = 0$
19	2	1	1	1	$(-1,1,1)$	4	-2	4	-1	2	3	$x_1 - x_2 = 0$
20	1	1	1	0	$(1,3,3)$	3	-1	5	-1	2	2	$x_1 - x_3 = 0$
21	1	1	1	0	$(1,3,3)$	3	-4	2	1	-2	3	$x_2 - x_3 = 0$
22	1	1	1	0	$(3,3,1)$	4	-3	3	1	-2	2	$x_2 - x_3 = 0$
23	1	1	1	0	$(3,-3,1)$	3	-2	4	1	-2	3	$x_1 - x_3 = 0$
24	1	1	1	0	$(3,3,-1)$	4	-1	5	1	-2	2	$x_1 - x_2 = 0$
25	0	2	1	1	$(2,1,3)$	3	-4	2	-1	2	3	$x_1 - x_2 = 0$
26	0	2	1	1	$(-3,1,1)$	4	-3	3	-1	2	2	$x_1 - x_3 = 0$
27	0	2	1	1	$(3,2,1)$	3	-2	4	-1	2	3	$x_2 - x_3 = 0$
nr	a	b	c	d	P	x_1	x_2	m	n	k	λ	π :s ekvation
28	1	1	2	0	$(3,1,3)$	4	-1	5	-1	2	2	$x_2 - x_3 = 0$
29	1	1	2	0	$(1,3,3)$	2	-4	2	1	-2	3	$x_1 - x_3 = 0$
30	1	1	2	0	$(3,1,1)$	2	-3	3	-1	2	2	$x_1 - x_2 = 0$
31	1	1	2	0	$(2,3,1)$	4	-2	4	1	-2	2	$x_2 - x_3 = 0$
32	1	1	2	0	$(3,2,1)$	3	-1	5	-1	2	3	$x_1 - x_3 = 0$
33	1	1	2	0	$(1,3,2)$	3	-4	2	1	-2	2	$x_1 - x_2 = 0$

Linköpings universitet
Matematiska institutionen
malgorzata wesolowska

Kurskod: 764G01
Provkod: TEN1

nr	a	b	c	d	P	x_1	x_2	m	n	k	λ	π :s ekvation
34	1	1	1	1	$(1,3,3)$	4	-3	2	1	-2	3	$x_1 - x_2 = 0$
35	2	1	1	1	$(-3,3,1)$	3	-2	3	1	-2	2	$x_1 - x_3 = 0$
36	2	1	1	1	$(3,3,-1)$	4	-1	4	-1	2	3	$x_2 - x_3 = 0$
37	2	1	1	1	$(1,3,2)$	3	-4	5	-1	2	2	$x_2 - x_3 = 0$
38	2	1	1	1	$(-1,1,1)$	4	-3	2	1	-2	2	$x_2 - x_3 = 0$
39	1	1	1	0	$(1,3,3)$	3	-2	2	1	-2	3	$x_1 - x_3 = 0$
40	1	1	1	0	$(1,3,3)$	4	-1	3	1	-2	2	$x_1 - x_2 = 0$
41	1	1	1	0	$(3,3,1)$	2	-4	4	-1	2	3	$x_1 - x_2 = 0$
42	1	1	1	0	$(3,-3,1)$	2	-3	5	-1	2	2	$x_1 - x_3 = 0$
43	1	1	1	0	$(3,3,-1)$	4	-2	2	1	-2	3	$x_2 - x_3 = 0$
44	0	2	1	1	$(2,1,3)$	3	-1	3	1	-2	2	$x_2 - x_3 = 0$
nr	**a**	**b**	**c**	**d**	P	x_1	x_2	m	n	k	λ	π :s ekvation
45	0	2	1	1	$(-3,1,1)$	3	-4	4	1	-2	3	$x_1 - x_3 = 0$
46	0	2	1	1	$(3,2,1)$	4	-3	5	1	-2	2	$x_1 - x_2 = 0$
47	1	1	2	0	$(3,1,3)$	3	-2	2	-1	2	3	$x_1 - x_2 = 0$
48	1	1	2	0	$(1,3,3)$	4	-1	3	-1	2	2	$x_1 - x_3 = 0$
49	1	1	2	0	$(3,1,1)$	3	-4	4	-1	2	3	$x_2 - x_3 = 0$
50	1	1	2	0	$(2,3,1)$	3	-1	5	-1	2	2	$x_2 - x_3 = 0$
51	1	1	2	0	$(3,2,1)$	3	-4	2	1	-2	3	$x_1 - x_3 = 0$
52	1	1	2	0	$(1,3,2)$	4	-3	3	-1	2	2	$x_1 - x_2 = 0$
53	1	1	1	1	$(1,3,3)$	3	-2	4	1	-2	2	$x_1 - x_2 = 0$